

ТЕОРИЯ И РАЗРАБОТКА ГАЗОВЫХ ЦЕНТРИФУГ: ОБЗОР АМЕРИКАНСКИХ ПРОГРАММ

Р. Скотт Кемп

В этой статье рассматриваются исторические и технические аспекты американских усилий по газовым центрифугам в период между 1934 и 1985 годами. В первом разделе рассказывается, как США поначалу занимали ведущее положение в проектировании центрифуг, но потом отказались от еще не созревшей технологии в середине Манхэттенского проекта. Хотя интерес к этой технологии сохранился в Европе, США решили, что центрифуги не оказались жизнеспособной альтернативой существующим заводам с газовой диффузией. Через пять лет американская разведка узнала о важных советских достижениях в конструировании центрифуг, которые, как казалось, могли бы сделать центрифуги прямыми соперниками газовой диффузии. В сочетании с европейским энтузиазмом по поводу центрифуг это поставило Соединенные Штаты перед перспективой потерять контроль над западным рынком обогащения изотопов. В результате США создали программу возрождения своего превосходства по центрифугам. В течение последующих 25 лет они обогнали весь мир по характеристикам машин, но в конечном итоге по ряду причин не смогли придать коммерческий вид своим конструкциям. Основные конструктивные особенности и рабочие характеристики ряда американских центрифуг, сконструированных и испытанных за эти годы, впервые представлены здесь общественности.

Соединенные Штаты внесли также свои вклады в теоретические проблемы, которые не были секретными и касались разных сторон всей американской программы. Большинство этих проблем, связанных с динамикой жидкостей, было разработано для конструирования и оптимизации центрифуг. Наиболее важные результаты, особенно те, которые относятся к вычислению разделительной мощности, изложены в разделе "Теоретические разработки". Они интересны политикам, поскольку их можно использовать для предсказания темпов производства центрифугами делящихся материалов - важного фактора для ядерного нераспространения. Они применяются также в расчетах, имеющих отношение к разделению нескольких изотопов, что важно для решения ядерных спорных вопросов. Примеры обоих типов политического анализа приведены в статьях Глезера¹ и Вуда², которые помещены в предыдущем выпуске *Науки и всеобщей безопасности*. Разработанная в США теория используется для вывода простого уравнения, позволяющего политикам сделать хорошие оценки разделительной мощности реальных центрифуг, если известны только их длина и скорость вращения.

Автор статьи – сотрудник Программы по науке и всеобщей безопасности при Принстонском университете, Принстон, Нью Джерси, США.

Статья получена редакцией 15 апреля 2008 года и принята к опубликованию 23 июня 2008 года.

Автор благодарит Хьюстона Дж. Вуда и А. Роберта Култхау за их содействие в теории течения в центрифуге и обсуждение истории программы американских центрифуг.

Почтовый адрес для корреспонденций: R. Scott Kemp Program on Science & Global Security, 221 Nassau street, 2nd Floor, Princeton University, Princeton, NJ 08524.

Электронный адрес: rskemp@princeton.edu

РАЗРАБОТКА МАШИН В СОЕДИНЕННЫХ ШТАТАХ

Ранняя история

Впервые применение центрифуг для разделения изотопов предложили английские ученые Линдемэн и Остин в 1919 году вскоре после экспериментального подтверждения существования изотопов. В течение последующих лет несколько групп провели испытания при-

митивных центрифуг, но их эксперименты оказались безуспешными, так как перенос избыточного тепла через стенку ротора центрифуги приводил к появлению конвективных токов, которые перемешивали газ, подавляя любой эффект разделения. В 1934 году у Джесси Бимса из университета Вирджинии возникла мысль о тепловой изоляции ротора центрифуги путем помещения его в вакуум, и он сделал это, успешно разделив изотопы хлора. Ранние конструкции Бимса состояли из роторов в виде трубы, соединенной с коаксиальными разгоняющими устройствами, которые держались на подшипниках вне вакуумного объема. Смазка из тяжелой нефти заполняла щель между разгонным устройством и стенками вакуумного объема. Конструкция, по сути, была функциональной, но трение в подшипниках и вокруг масляной смазки потребляло киловатты энергии и поэтому нагревало газ, что уменьшало мощность разделения, повышало операционные расходы и сокращало длительность работы устройства.

Когда начался Манхэттенский проект, центрифуги такого типа рассматривались как кандидаты в технологию концентрации урана-235 для первого ядерного оружия. Бимсу предложили наблюдать за проектом центрифуг и возглавить группу проектировщиков в университете Вирджинии. Исследовательской лаборатории фирмы "Вестингауз" было поручено создание первых машин для производства, а испытания проводила компания "Стандарт Ойл Девелопмент" (Бэйвей, Нью Джерси). Группа из университета Вирджинии сконструировала сверхкритичную машину диаметром 18,5 см и длиной 345 см, работавшую со скоростью вращения 215 м/с в режиме четырех потоков. Фирма "Вестингауз" создала слегка меньший по размеру вариант (диаметр 18,3 см и длина 335 см), а также подкритичную машину диаметром 18,3 см и длиной 105 см. Испытания по разделению начались с подкритичным блоком в августе 1943 года и продолжались 93 дня. На 99-й день (декабрь 1943 года) в смазке возникла протечка, что привело к аварии при работе со скоростью 215 м/с. Через три недели руководитель проекта по обогащению Гарольд Ури прекратил программу центрифуг в пользу газовой диффузии.

После второй мировой войны различные группы по всему миру работали над уменьшением проблем с трением, пытаясь сделать центрифуги способными конкурировать с газовой диффузией. Прогресс с подшипниками был достигнут в Германии, а также в США (институт Франклина в Филадельфии), а Бимс некоторое время экспериментировал с магнитной суспензией как с альтернативой. Но американская Комиссия по атомной энергии (КАЭ США) приняла окончательное решение не заниматься технологией центрифуг. В декабре 1951 года Комитет по разделению изотопов Отдела исследований КАЭ резко вступил против послевоенного возрождения центрифуг, отметив, что с экономической точки зрения центрифуги не могут конкурировать с существующей технологией газовой диффузии. Но все это изменилось в 1953 году, когда немецкие группы под руководством Вильгельма Грота и Конрада Бейерле, а также голландская группа под руководством Якоба Кистемахера начали заявлять, что их центрифуги скоро станут более экономичными, чем диффузия в американском виде. Испугавшись потери своей монополии по обогащению урана, КАЭ США решила в сентябре 1954 года возобновить исследования по центрифугам, но это возобновление оказалось неполным: не было создано никаких машин, поскольку КАЭ США была уверена в получении полного доступа к немецкой технологии, которая в то время была наиболее продвинутой на Западе. Наиболее значительной задачей, выполненной в США, было исследование новых материалов с высокой прочностью и сверхкритичных роторов, порученное Артуру Р. Култау из университета Вирджинии в августе 1956 года.

Зиппе в университете Вирджинии

Летом 1956 года Советский Союз начал репатриировать военнопленных немецких ученых, работавших по обогащению урана в Сухуми на Черном море (институты А и Г). Освальд Шютте из разведывательного управления ВМФ США имел задание допрашивать возвращающихся немцев. Случайно одним из его клиентов оказался австрийский ученый Гернот Зиппе, застрявший в Германии только потому, что он не мог приобрести железнодорожный билет в родную Австрию. Зиппе стал пилотом-инструктором в Люфтваффе после завершения своей диссертации. Он был захвачен советскими войсками и попал в красногорский лагерь для военнопленных. Но когда стало известно его техническое прошлое, Зиппе перевели в институт А, где он был назначен руководителем механических разработок советской

программы центрифуг.

Отчет Шютте о деятельности Зиппе привлек интерес разведывательного отдела КАЭ США. Был организован проезд Зиппе в США в 1957 году по фальшивому паспорту и под чужим именем д-ра Шуберта. Ученые и сотрудники разведки КАЭ США допрашивали Зиппе весь день в одном из отелей Вашингтона. Зиппе рассказал, что он и советские ученые разработали совершенно новую конструкцию, свободную от подшипников и нефтяной смазки, которые были столь проблематичными в американских центрифугах. КАЭ организовала проезд Зиппе в США по контракту с университетом Вирджинии, где ему поручалось скопировать советскую машину в обмен на зарплату 10000 долларов. В августе 1958 года Зиппе вернулся в Вирджинию, где менее, чем через год, он изготовил работающую копию советской машины.

Американская программа расширилась

Карла Козна, чей теоретический вклад появится в нашей статье позднее, попросили дать оценку работе Зиппе для КАЭ. Он оказался настолько впечатлен, что рекомендовал КАЭ расширить ее усилия по центрифугам в направлении советской конструкции. В апреле 1960 года Отделение КАЭ по исследованиям одобрило программу газодиффузионного завода в Окридже под руководством ядерного отделения корпорации "Юнион Карбид". Работа началась 1 ноября 1960 года и включала в себя сооружение каскада, основанного на советской конструкции, а также улучшения теории центрифуг и продолжение изучения новых материалов. Исходные машины имели роторы из алюминия диаметром 7,6 см, скопированные с модели Зиппе. Программа быстро перешла на более прочные материалы, включая алюминий, запрессованный в стекловолокно, и композиты. Программа быстро перешла также на роторы диаметром 15 см, а затем 25 см, 35 см, 48 см, 51 и 60 см. Как эти разработки были распределены во времени, показано в Табл.1.

Таблица 1: Примеры американских центрифуг, работавших между 1961 и 2008 годами. Значения в скобках – оценки автора. Пропуски вызваны отсутствием информации. Знаки "X" в названии машин - пропущенные названия сегментов. Данные по AC-100 взяты у Глезера. Все прочие замечания принадлежат Р.А. Лаури. (EPP – единица разделительной работы).

Название	Дата	Диаметр (см)	Длина (м)	Скорость (м/с)	Материал	EPP/год	Температура (К)
Zippe UVA	Янв.1961	7.6	0.305	350	алюминий	0.39	321
Cascade 3	Май 1961	7.6	0.305	370	алюминий	0.46	(318)
Ti-6	Март 1962	15.2	0.61	450	титан	1.53	(318)
Al-Fg-6	Июнь 1962	15.2	0.75	450	Al/фибергласс	1.75	(318)
Thermal-6	Окт. 1962	15.2		450		1.95	(318)
Cascade-6	Март 1963	15.2		500		2.4	(318)
DMS-1	Окт. 1963	11.4	1.5	350	Алюминий		(318)
DMS-2	Янв. 1964	11.4	1.5	425	Al/фибергласс	3.5	(321)
10-X-X	Июль 1965	25.4		550			
20-X-X		51					
14-X-X	1965	35.5	(2.16)			11	
14-X-X	1967	35.5	(4.04)	600		30	(315)
AC-100	2008	61	12	900	композит	330	

Основное внимание в 60-х годах было направлено на улучшение характеристик отдельных машин. Работа была разделена между "Юнион Карбид" в Окридже и компанией "Эр Рисоч Мэнупакчуриг" в Торренсе (Калифорния). Всего через два года программа потратила на переход от исходной модели Зиппе к машине с разделительной мощностью более 2 EPP/год и семь лет для достижения мощности 30 EPP/год. К концу 60-х годов технология уже считалась настолько созревшей, чтобы приступить к длительным проверкам надежности. Так называемые центрифуги первого поколения (*Set I*) начали испытания на надежность

на только что построенной установке для проверки оборудования (УПО) в 1972 году и продолжали их, по крайней мере, до 1977 года. Методика производства машин изучалась лабораториями подготовки компонент как в Окридже, так и в Торренсе, начиная с 1974 года. В дополнение к испытаниям *Set I* параллельно продолжались работы по конструированию машин, что привело к разработке новых поколений. Испытания на надежность для конструкции *Set II* начались в 1974 году, а для *Set III* – в 1977 году. Это последнее поколение прошло крупномасштабные испытания при мощности 50000 ЕРР/год на УПО в Окридже.

В конце 70-х годов Министерство энергетики (МЭ) США предсказало, что потребности в ядерной энергии (и поэтому в обогащенном уране) заметно вырастут в следующем десятилетии. Обремененные только устаревшими газодиффузионными заводами, МЭ предложило установку с центрифугами коммерческого масштаба, чтобы справиться с будущими требованиями по обогащению. В 1977 году Конгресс одобрил сооружение завода с мощностью 8.8 миллионов ЕРР/год в Портсмуте (Огайо). Первые ступени завода основаны на центрифугах *Set III* диаметром 61 см и длиной немногим более 12 м, с разделительной мощностью 200 ЕРР/год на машину. Но в ожидаемое время стало очевидным, что запросы на обогащенный уран не возросли в соответствии с предсказаниями. Конкурирующие продленные программы газодиффузионных заводов с пониженной ценой избавляли от необходимости иметь новый завод, а утверждения об экономически плохом управлении отравляли программу центрифуг. Все усилия по центрифугам были свернуты 5 июня 1985 года. Только 3000 машин было установлено на предприятии в Портсмуте при полных затратах 2.6 миллиардов долларов.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ

Теоретические работы можно разбить на две категории - ранние усилия по оценке характеристик машин и последующие попытки понять более точно внутренние потоки газа, чтобы помочь оптимизации и конструированию внутренних компонент. Истоки первой категории связаны с Англией, точнее, с несколькими месяцами, предшествовавшими Манхэттенскому проекту. Английские физики Фрэнс Саймон, Рудольф Пайерлс, Карл Фукс и Николас Курти разработали общую теорию разделения изотопов³. Поль Дирак воспользовался этой теорией для вывода, возможно, первого и наиболее хорошо известного выражения для разделительной характеристики газовой центрифуги:

$$\delta U_{\max} = \rho D_{AS} (\pi Z/2) (\Delta M/2RT)^2 (v_a)^4 \quad (1)$$

где ρD_{AS} – плотность, умноженная на коэффициент самодиффузии, (это произведение остается постоянной величиной для данного газа), Z – длина ротора, ΔM – разность масс двух изотопов, подлежащих разделению, R – газовая постоянная, T – температура, а v_a – периферическая скорость внутренней поверхности ротора.

Уравнение Дирака рассматривает центрифугу таким образом, что оно не зависит от внутренней операции машины. Оно полезно, так как правильно направляет экспериментатора стремиться прежде всего к высокой периферической скорости (v_a), во-вторых, к низкой температуре (T) и, в-третьих, к длинному ротору (Z). Но, будучи полезным и элегантным, оно переоценивает работу машины по разделению. В частности, зависимость от четвертой степени периферической скорости на практике стремится к квадратичной зависимости, в основном благодаря образованию вакуумной оболочки вокруг оси ротора. Таким образом, остается задача разработать теорию, которая более аккуратно характеризует реальные физические машины.

Характеристики разделения

Несомненно, теоретическая мысль в США напряглась под руководством Гарольда Ури вместе с усилиями по обогащению урана в рамках Манхэттенского проекта. Были разработаны улучшения к формулировке Дирака в рамках исследований, проведенных Карлом Коэном в Колумбийском университете. Он показал, что характеристика центрифуги зависит от формы противотокового течения в роторе и от баланса между осевой циркуляцией газа и радиальной диффузии изотопов⁴. Решение Коэна следует подходу, разработанному в сделанной ранее работе Фурри, Джонса и Онсагера⁵ по термо-диффузионным колонкам, где

наблюдается похожее внутреннее течение. В решении Козна предполагается, что (1) противотоковое течение однородно вдоль длины ротора, (2) радиальное изменение доли желаемого изотопа мало по сравнению с радиальным изменением проинтегрированной массы противотокового течения, (3) газ всегда находится в вязкостном режиме. Приведенная ниже модель Козна основана на улучшенном представлении Хоглунда, Шактера и фон Халле⁶. Полный вывод представлен в Приложении В.

Модель Козна. Газовая центрифуга работает на принципе диффузии давления. Вращательное движение центрифуги ускоряет молекулы газа к стенкам ротора. Противодействующая сила диффузии приводит к тепловому движению молекул, стремящемуся равномерно распределить газ по всему объему ротора. Баланс между двумя силами создает динамическое равновесие, которое приводит к распределению давления в роторе, зависящему от молекулярной массы газа.

$$p(r) = p(0)\exp(M\Omega^2 r^2/2RT) \quad (2)$$

Когда в роторе содержится смесь газов, независимо поддерживается распределение каждой составляющей. Поэтому для смеси двух изотопов А и В парциальные давления таковы:

$$p_A(r) = p_A(0)\exp(M_A^2 r^2/2RT) \quad (3)$$

$$p_B(r) = p_B(0)\exp(M_B^2 r^2/2RT) \quad (4)$$

Разделив эти уравнения одно на другое, получим простой коэффициент разделения α_0 для центрифуги, который является функцией разности масс и периферической скорости

$$\alpha_0 = \exp[(M_A^2 - M_B^2)\Omega^2/2RT] \quad (5)$$

Уравнение (5) справедливо в равновесном состоянии, когда газ покоится в системе координат ротора и прошло достаточно времени, чтобы молекулы продиффундировали к своему конечному распределению. Впрочем, характеристику центрифуги можно улучшить путем введения противотокового течения, когда газ течет вверх вдоль центральной оси ротора и возвращается обратно по стенке ротора. Это противотоковое движение повторно использует процесс радиальной диффузии вдоль длины центрифуги, значительно умножая эффект разделения подобно тому, как действует фракционная дистилляционная колонка. Поскольку газ никогда не достигает упомянутого выше динамического равновесия, радиальное разделение в любой точке вдоль оси никогда не станет столь большим, как следует из уравнения (5), но накладывающийся много раз эффект противотокового течения приводит к осевому разделению, которое возрастет во много раз.

Козн вывел выражение для полного осевого разделения в центрифуге на основе индивидуальных явлений переноса в центрифуге. Рассмотрим цилиндрический элемент объема с осевой симметрией, представленный на Рис.1, содержащий двойную газовую смесь с компонентами А и В. Изотопы по-разному диффундируют через этот элемент объема в каждом направлении. В радиальном направлении существуют градиент концентрации и градиент давления, оба из которых порождают диффузионные токи [см. (6)]. В аксиальном направлении существует градиент концентрации, но нет градиента давления [см. (7)]. В азимутальном направлении нет диффузии, поскольку центрифуга обладает осевой симметрией [(см. (8)]. Таким образом, для изотопа А имеем:

$$J_{A,r} = -cD_{AB} [dN/dr + (M_B - M_A)N(1-N)\Omega^2 r/RT] \quad (6)$$

$$J_{A,z} = -cD_{AB} [dN/dz] \quad (7)$$

$$J_{A,\theta} = 0 \quad (8)$$

где (r,θ,z) – цилиндрические полярные координаты с началом, расположенным в точке пересечения днища центрифуги с осью вращения; c , D_{AB} и T – это, соответственно, молярная плотность (или массовая плотность), коэффициент двойной самодиффузии и температура

всего газа; R – универсальная газовая постоянная; Ω - угловая скорость вращения ротора; a M и N - молярная масса и молярная доля изотопа А, соответственно.

Недиффузионный противотоковый перенос характеризуется векторным полем скорости $\mathbf{v} = v(r, z)$, показанным на Рис.2. Коэн решил проблему без полного уточнения функции, но потребовал, чтобы величина скорости зависела только от радиуса. Влияние различных профилей скорости обсуждается позже в разделе “Эффективность профиля потока”.

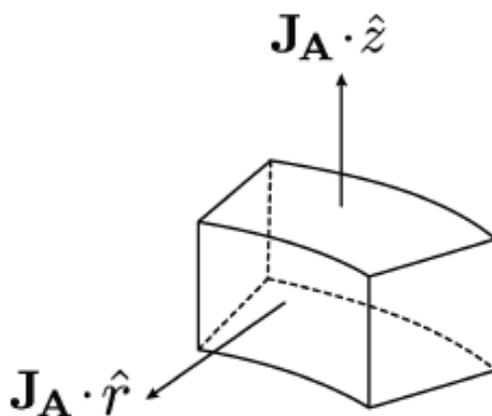


Рисунок 1: Диффузионные потоки в элементе объема.

Определив основные транспортные явления, Коэн продолжил решение представлением выражения, объединяющего диффузионные и недиффузионные компоненты вместе. Задача упрощается, если рассматривать центрифугу в виде двух частей: сегмента над точкой ввода сырья, который выделяет продукт, обогащенный легким изотопом (называемого *ректификатором*), и сегмента ниже точки ввода сырья, который выделяет отходы, обедненные легким изотопом (*стриппера*). Здесь рассматривается только ректификация, но параллельный анализ используется и для стриппера. Результирующий перенос компонента А, удаляемого в виде продукта из верхней части центрифуги, является суммой противотоковых переносов вверх и вниз по ректификактору плюс аксиальная обратная диффузия изотопа (7), которая не равна нулю и оказывается отрицательной в результате градиента осевого разделения.

$$d(PN_P)/dz = 2\pi \int cvNrdr - 2\pi \int cD_{AB}(\partial N/\partial z)rdr \quad (9)$$

где P – молярная скорость потока на участке продукта, а N_P – молярная доля изотопа А в продукте.

Результирующий перенос обеих компонент равен (10): [Отметим, что интегралы в (9) и (10) вычисляются на отрезке $(0, a)$].

$$P = 2\pi \int cvrdr \quad (10)$$

Как следует из уравнения (A4), уравнений (9) и 10 достаточно для определения характеристики ректификатора. Если аналогичный анализ применить для стриппера, можно просуммировать две части и получить характеристику всей машины. Почти все параметры известны. Молярная плотность известна из (2). Величина cD_{AB} - это константа в соответствии с кинетической теорией газов. Профиль скорости $v(r)$ определяется конструкцией машины. Единственной оставшейся задачей является определение выражения для $N(r, z)$. Решение, изложенное в Приложении В, использует выражение для $dN(z)/dz$, которое можно проинтегрировать по длине центрифуги, чтобы определить молярную концентрацию желаемого изотопа в потоке продукта N_P и затем подсчитать разделительную работу согласно (A4). Когда имеется такое решение, проблема сводится к определению подходящей функции для профиля противотока $v(r)$. Если профиль известен, можно продолжать с использованием аналитического или численного интегрирования. Однако часто мы не знаем профиль и должны предположить подходящую функцию. Некоторые предположения общего характера обсуждаются в разделе “Эффективность профиля потока”.

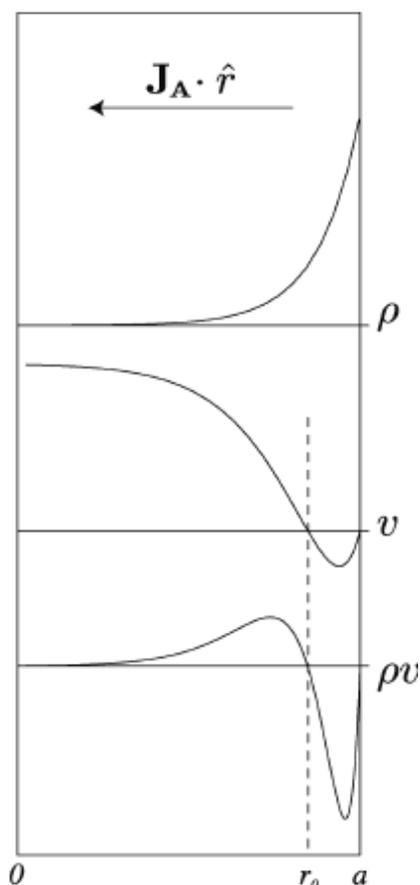


Рисунок 2: Схематические профили в центрифуге: ρ – плотность, v – скорость противотока, ρv – поток массы при противотоке.

Разработка поправочных множителей

Если сравнить выражение Коэна для разделительной работы с оригинальной формулировкой Дирака (1), мы можем разработать поправочный член к формуле Дирака. В данном разделе мы выведем этот и другие поправочные члены и выделим их в ряд “коэффициентов эффективности” в соответствии с физическими явлениями, которые они выражают:

$$\delta U = \delta U_{\max} e_t \cdot e_c \cdot e_r \cdot e_x \dots \quad (11)$$

Такой подход полезен, так как параметры, регулирующие каждое явление, могут рассматриваться по отдельности. Если затем рассматривать эти параметры разумным образом, можно получить хорошую оценку характеристик близких по свойствам машин с минимумом информации.

Идеальная эффективность. Результат, приведенный в Приложении В – это выражение, аналогичное по форме уравнению градиента для традиционного каскада или фракционной дистилляционной колонки:

$$SdN/dr = (\alpha - 1)N(1 - N) - (F/L)(N_p - N) \quad (12)$$

где S – длина виртуальной ступени в центрифуге, α – коэффициент разделения ступени, а L – межступенчатый перенос массы вверх в центрифуге. Допущение (1) в решении Коэна заключалось в том, что противотоковое течение было не затухающим. Соответственно, межступенчатый перенос L остается постоянным вдоль длины центрифуги, что напоминает традиционный каскад. Напротив, оценки Дирака предполагают, что внутренняя работа центрифуги может быть аппроксимирована идеальным каскадом. Можно показать на основе общей теории разделения, что традиционный каскад выполняет только 81% работы идеального

каскада, что дает нам значение *идеальной эффективности*:

$$e_i = 0.81 \quad (13)$$

В очень длинных или очень сложных центрифугах затухание может привести противоточное течение к ослаблению вдоль длины ротора. Такой профиль более близко отображает идеальный каскад и может привести к идеальной эффективности, превышающей 81%. Но такие продвинутое конструкции редки или трудны для исполнения.

Циркуляционная эффективность. Эта поправка принимает во внимание эффект осевой обратной диффузии. Вспомните, что перенос изотопа А (Уравнение 7) содержал положительный вклад от внутреннего противоточного течения и отрицательный вклад от аксиальной обратной диффузии. Поскольку Дирак не оценивал аксиальную обратную диффузию, он переоценил характеристики и это должно быть поправлено учетом циркуляционной эффективности.

Циркуляционная эффективность оказывается частью более крупного члена эффективности, который возникает при сравнении выражения Коэна с выражением Дирака. Разделительную работу для разделяющего элемента, чей коэффициент разделения очень мал, т.е. $(\alpha - 1) \ll 1$, можно выразить в виде.

$$\delta U_s = L(\alpha - 1)^2 \quad (14)$$

Это условие обычно встречается в каждой виртуальной ступени внутри центрифуги. Поэтому делением на длину ступени S мы получим приближенное выражение для разделительной работы, приходящейся на единицу длины

$$\partial(\delta U) / \partial z = L(\alpha - 1)^2 S \quad (15)$$

где $L(\alpha - 1)$ и S определяются из теории Коэна и приводятся в Приложении В. При делении на производную из выражения Дирака (15), мы получим поправочный член. Часть этого члена, возникающая от аксиальной обратной диффузии, составит циркулярную эффективность:

$$e_c = m^2 / (1 + m^2) \quad (16)$$

где $m = L/L_0$ – отношение внутреннего межступенчатого потока массы вверх L к потоку по течению L_0 , обеспечивающему наибольший коэффициент разделения (оба значения определены в Приложении В). По сути, m – это безразмерная величина, определяющая скорость циркуляции массы внутри машины. Стоит отметить, что величина e_c быстро сходится к единице. Типичные значения m в оптимизированной центрифуге могут быть в диапазоне 3-4, что соответствует эффективности 90% - 94%, соответственно.

Эффективность профиля потока. Этот термин принимает во внимание воздействие профиля противотока на характеристику разделения. Следуя той же процедуре, приведенной в предыдущем рассмотрении циркуляционной эффективности, можно показать, что часть коэффициента полной эффективности, возникающая от формы течения противотока равна

$$e_F = 4 \left[\int (c v r' dr') r dr \right]^2 / a^4 \int r^{-1} (c v r' dr')^2 dr \quad (17)$$

[Два внутренних интеграла в (17) вычисляются на отрезке $(0, r^0)$]. Поскольку профиль скорости противотока часто неизвестен, полезно рассмотреть несколько типичных профилей.

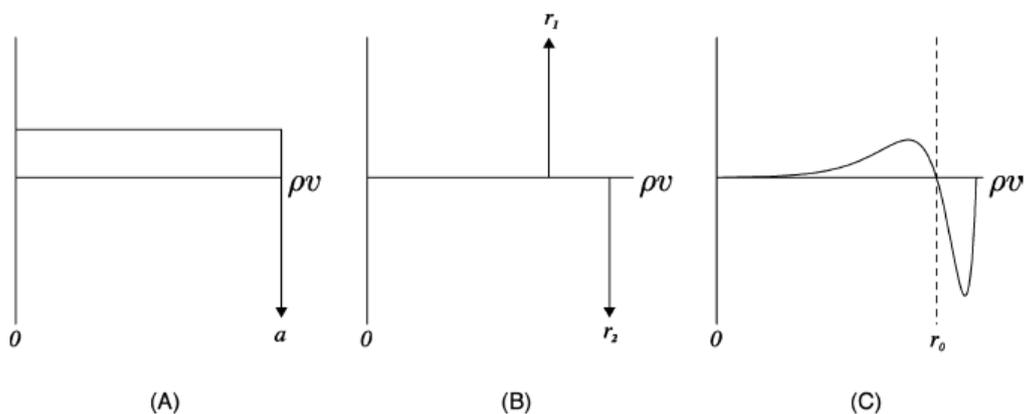


Рисунок 3: Обычно используемые профили при оценке эффективности профиля потока: (A) Идеализированный профиль. (B) Двухслойный профиль. (C) Тепловой профиль.

Идеализированный профиль. Такой профиль предполагает, что поток массы вверх равномерно занимает весь объем центрифуги за исключением слоя обратного течения толщиной в дельта-функцию у стенки центрифуги, как показано на рис. 3(A). Этот профиль, который невозможен физически, приводит к эффективности профиля потока, равной единице, и соответствует предполагаемому профилю в выражении Дирака для максимально возможной работы по разделению.

Двухслойный профиль. Это простой профиль скорости, применяемый в теориях, например, в анализе Рэтца, где предполагаются два тонких потока, когда один направлен вверх на радиусе r_1 , а второй направлен вниз на радиусе r_2 . Можно показать, что профиль, приведенный на рис. 3(B), обладает эффективностью, равной

$$e_F = [1 - (r_1/r_2)^2] / \ln(r_2/r_1) \quad (18)$$

Двухслойный профиль также физически невозможен, но он значительно упрощает математику и может обеспечить разумную оценку эффективности, если аккуратно выбрать r_1 и r_2 . Дополнительную информацию об использовании двухслойного профиля смотрите в статье Глезера¹.

Тепловой профиль. Это физически реальный профиль, возникающий при наличии линейного градиента температуры вдоль стенки центрифуги. Профиль, представленный на рис. 3(C), был получен Вудом и Мортонем⁶, использовавшим “блинный” подход Онсагера (смотрите раздел “Теория течения”) и связь с “универсальной высокоскоростной моделью”, выведенной Паркером и Келли из университета Вирджинии в 1967 году. Оказалось, что математическое выражение для этого профиля можно интегрировать аналитически и оно полезно для представления профилей в реальной машине. По этой причине оно широко применяется для расчета характеристики близкой по конструкции машины. Этот профиль обладает эффективностью:

$$e_F = 14/4 RT/Mv_a^2 \quad (19)$$

Приведенная эффективность двухслойного профиля обратно пропорциональна квадрату периферической скорости. Таким образом, при умножении на выражение Дирака она снижает общую зависимость работы по разделению от скорости с четвертой степени до второй, что лучше согласуется с экспериментальными данными.

Экспериментальная эффективность. Этот множитель объединяет все неэффективности, не включенные в предыдущие рассмотрения, например, турбулентное перемешивание или возмущение противотокового течения. Такая поправка уникальна для любой машины, но эффективность обычно возрастает по мере того, как конструкция становится более проработанной. На рис.4 показаны оценки экспериментальной эффективности для 17 машин, рассчитанной в предположении, что значение 100% соответствует вышеприведенным формулам. Обратите внимание, что у некоторых наиболее продвинутых американских машин “эффективность” выше 100%. Эти машины так тонко настроены, что становятся заметными не-

значительные полезные изменения (например, при подаче сырья или в конструкции перегородок), которые не включены в выражения для эффективности профиля потока (17).

Простая формулировка для политиков

Путем комбинирования приведенных выше коэффициентов эффективности, предполагая профиль потока с линейным тепловым градиентом, принимая типичные значения $m = 3$ и $T = 310$ K, а также используя диффузионные константы для UF_6 , приведенные в Приложении С, мы подходим к упрощенному уравнению для центрифуги

$$\delta U = V^2 Z e_F / 33000 \quad (20)$$

где V – периферическая скорость ротора (м/с), Z – длина центрифуги (м), e_F – приведенная выше экспериментальная эффективность, а δU выражено в обычных единицах кг.ЕРР/год (ЕРР – единица работы по разделению, иногда обозначается как SWU). На основе Рис.4 разумно предположить, что экспериментальная эффективность лежит в пределах 0.35 - 0.45 для новых конструкций, в пределах 0.50-0.60 для проверенных производственных машин и в диапазоне 0.8-1.14 для наиболее продвинутых конструкций центрифуг.

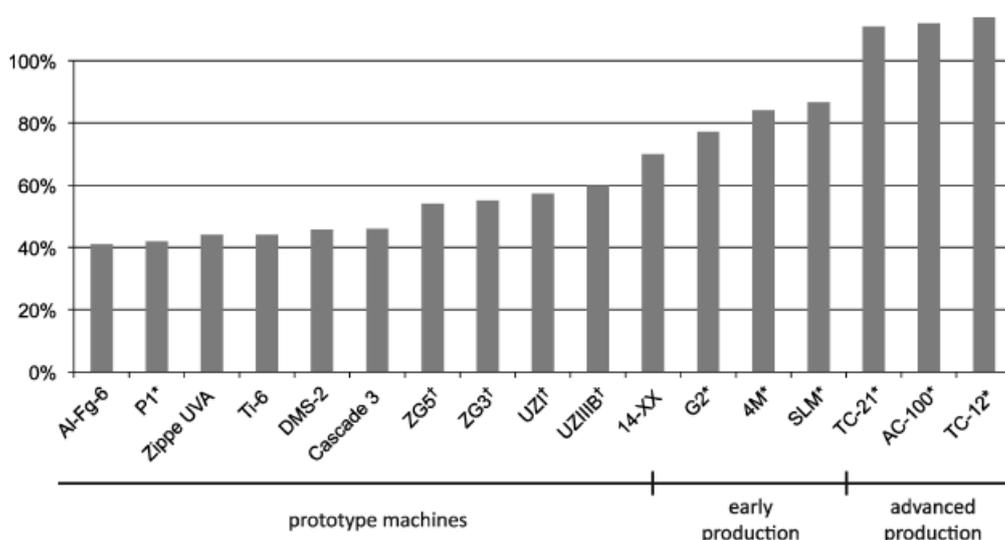


Рисунок 4: Экспериментальная эффективность для выбранных центрифуг. Центрифуги со значками (+) были изготовлены консорциумом Urenco и обладают характеристиками, оценка которых изложена Глезером¹ Центрифуги со значком (†) – это немецкие машины более раннего поколения, которые основаны на информации, представленной Графом⁹, и имеют неопределенности данных $\pm 4\%$. Все другие примеры основаны на экспериментальных данных от американской программы центрифуг с неопределенностью менее 1%. По оси X отложены названия центрифуг, а по оси Y – эффективность в процентах. Смотрите текст для пояснения того, почему у некоторых машин эффективность превышает 100%.

Теория течения

Теория Козна является одномерным приближением центрифуги, в котором предлагаемое поведение газа использовано для оценки разделительной характеристики. В частности, в нем игнорируются эффекты выводных трубок и перегородок, которые взаимодействуют с противотоком и поворачивают его благодаря возбуждения слоя Экмана. Оценка имеет смысл для длинных центрифуг, но в большей части в практических машинах слой Экмана простирается вдоль значительной длины ротора, ослабляя величину скорости противотока, когда газ движется от центра к областям вблизи концов ротора, изменяя разделительную характеристику машины. Кроме того, теория Козна требует, чтобы мы приняли профиль скорости у противотокового течения, в то время как более полная теория сама определяет

форму течения в зависимости от заданных заранее граничных условий. Уравнения Навье-Стокса могут точно описать динамику газа, но (как и для большинства систем динамики жидкости) отсутствуют решения, имеющие замкнутую форму.

Разработка целиком двухмерной аналитической теории замкнутого типа стала поэтому основным направлением американских усилий, известных под именем “Группа по изучению теории течения в центрифуге”, которая была создана в начале 1961 года Ларсом Онсагером из Йельского университета, выбранного в качестве председателя этой группы. Среди других членов были Джордж Ф. Карье из Гарвардского университета, Стирлинг А. Колгейт из Лоуренсовской радиационной лаборатории, Уэндел К. ДеМаркус из университета Кентукки, Карл Эккарт из Калифорнийского университета, Харольд Град из университета Нью-Йорка и Стивен Ф. Маслен из компании Мартин. Мария Гепперт-Майер была добавлена в октябре 1963 года.

В течение первого года после образования группы Онсагер руководил разработкой пространства приближения тонкого слоя, которое он предложил поначалу еще 23 года тому назад для термодиффузионной колонки⁵. Онсагер отметил, что при высокой скорости большая часть газа сжимается в тонкое колечко около стенки центрифуги. Начав с линейных уравнений Навье-Стокса, он сохранил только те члены, которые наиболее хорошо дифференцируются в радиальном направлении, и рассматривал газ как локально плоский, заменив радиус центрифуги на радиальную координату всюду, где это было возможно алгебраически (то есть, $r \rightarrow a$). Этот шаг сегодня известен как ‘блинное приближение’. Результатом стало анизотропное линейное эллиптическое уравнение шестого порядка в частных производных и в двух измерениях. Карье и Маслен разработали математику и выработали подходящие граничные условия для слоя Экмана на конце центрифуги. Онсагер показал, что однородная часть может быть решена собственными функциями и связал решения с различными физическими явлениями. Первые численные результаты были получены в 1976 году. Хьюстон Вуд и Джеффри Б. Мортон добавили неоднородные решения, которые принимали во внимание эффекты сырья и влияние трения на выводных трубках, а также опубликовали решения для однородного случая в 1980 году¹⁰. Полная блинная модель оказалась способной предсказать разделительную работу реальной центрифуги с точностью до 1-2 %.

В промежутке от середины до конца 70-х годов оказалось возможным моделировать внутренние течения на основе компьютерного моделирования. Но это не привело к отказу от аналитической модели. Численные решения с самого начала оказались дорогими и отнимали много времени. Даже при современных вычислительных возможностях трудно установить проблему из-за большого разброса линейных масштабов и недостаточной гибкости задействованных уравнений. Но основное преимущество блинной модели заключается в том, что она способна предоставить аналитический взгляд на работу центрифуги, который был недоступен ранее на основе одномерной модели, без многих итераций, требуемых для феноменологии с использованием численных методов.

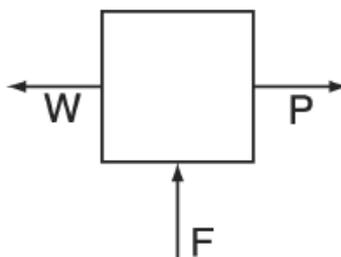
ПРИМЕЧАНИЯ И ССЫЛКИ

1. А. Глезер, “Характеристики газовой центрифуги для обогащения урана и их отношение к распространению ядерного оружия,” *Наука и всеобщая безопасность*, **16 (1-2)**
2. Х. Вуд, “ Воздействие процессов разделения на незначительные изотопы урана в обогатительных каскадах,” *Наука и всеобщая безопасность*, **16 (1-2)**
3. R. De Witt, *UF₆: A Survey of the Physico-Chemical Properties*, (Goodyear Atomic Corp.), (1960).
4. K. Cohen, *The Theory of Isotope Separation as Applied to the Large-Scale Production of U-235* (McGraw-Hill, 1951).
5. W.H. Furry, R. Clark Jones, and L. Onsager, “On the Theory of Isotope Separation by Thermal Diffusion,” *Physical Review*, 55 (1939), 1083-1095.
6. R.L. Hoglund, J. Shacter, and E. von Halle, “Diffusion Separation Methods,” in *Encyclopedia of Chemical Technology*, pp. 639-723 (John Wiley and Sons, 1979).
7. W.E. Groth, K. Beyerle, E. Nann, and K.H. Welge, “Enrichment of Uranium Isotopes by the Gas Centrifuge Method,” In *Proc. Second International Conference on the Peaceful Uses of Atomic Energy*, Geneva, pp. 439-446 (1958).

8. H.G. Wood and J.B. Morton, "Onsager's Pancake Approximation for the Fluid Dynamics of a Gas Centrifuge," *Journal of Fluid Mechanics*, 101(1980),1-31.
 9. S. Villani, ed., *Uranium Enrichment* (Springer-Verlag, 1979).
 10. I. Zarkova and U. Hohm, *Journal of Physical Chemistry Ref. Data*, 31 (2002)6 1.

ПРИЛОЖЕНИЕ А: ВВЕДЕНИЕ В РАЗДЕЛЕНИЕ ИЗОТОПОВ

Для разделительного элемента с тремя потоками (например, для центрифуги) мы имеем потоки сырья, продукта и отходов. Величины потоков (число молей в единицу времени) обозначаются, соответственно, как F , P и W ; молевая доля желаемого изотопа в любом потоке обозначается N с соответствующим индексом. Внутри разделительного элемента (ротор центрифуги) N становится зависящей от положения величиной.



$$N \equiv n_A/n = \rho_A/\rho = \rho_A/\rho \quad (A1)$$

Определим также распространенность R :

$$R \equiv N/(1 - N) \text{ что дает } N \equiv R/(1 + R) \quad (A2)$$

Мерой разделения между двумя потоками служит соотношение их соответствующих распространенностей. Таким образом, мы имеем индивидуальные коэффициенты разделения для потока "сырье > продукт" (α) и потока "отходы > сырье" (β):

$$\alpha \equiv R_P/R_F \quad \beta \equiv R_F/R_W \quad (A3)$$

Определение разделительной работы

Характеристика разделительного элемента должна быть функцией как полного разделения, которое он может произвести ($\alpha\beta$), так и количества материала, которое разделительный элемент может обработать в единицу времени. Таким образом, разделительная работа определяется как:

$$\delta U = PV(N_P) + WV(N_W) - FV(N_F) \quad (A4)$$

где V – ценовая функция для двойной смеси, задуманная так, чтобы (1) наименьшее значение устанавливается (выбор произволен), скажем, для смеси 50-50, (2) величина возрастает по мере того, как смесь обогащается одной (любой) из компонент, (3) работа n независимых элементов в n раз превзойдет работу одного элемента, то есть, $R_P = \alpha^n R_F$ и $R_W = \beta^n R_F$, Можно показать, что ценовая функция имеет следующий вид:

$$V(N) = (2N - 1) \ln [N/(1-N)] \quad (A5)$$

Математическое обсуждение происхождения этой формулы, а также более полное введение в теорию разделения можно найти у Виллани⁹.

ПРИЛОЖЕНИЕ В: РЕШЕНИЕ КОЭНА ПРОБЛЕМЫ ПЕРЕНОСА ЖЕЛАЕМОГО ПРОДУКТА В ФОРМУЛИРОВКЕ

ФОН ХАЛЛЕ

Осесимметричное уравнение непрерывности для желаемой компоненты имеет вид:

$$\operatorname{div}(\rho \mathbf{v} + \mathbf{J})_A = 0 \quad (\text{B1})$$

$$1/r \cdot \partial/\partial r[r(\mathbf{J}_A \cdot \check{r})] + \partial/\partial z(cvN + \mathbf{J}_A \cdot \check{z}) = 0 \quad (\text{B2})$$

Коэн предполагает, что градиент изотопа (и поэтому осевая обратная диффузия) постоянен вдоль длины центрифуги:

$$\partial/\partial z(\mathbf{J}_A \cdot \check{z}) = -cD_{AB}\{\partial/\partial z[\partial N/\partial z]\} \quad (\text{B3})$$

Подставляем (B3) в (B2) и интегрируем по r:

$$\mathbf{J}_A \cdot \check{r} = -r^{-1}[cv(\partial N/\partial z)r] \quad (\text{B4})$$

Теперь подставим (6) в (B4) и находим $\partial N/\partial r$:

$$\partial N/\partial r = -\Delta M \Omega^2 r (RT)^{-1} N(N-1) + (rcD_{AB})^{-1}[cv(\partial N/\partial z)r] \quad (\text{B5})$$

Определим функцию G

$$G = 2\pi \int cvr dr \quad (\text{B6})$$

$$dG/dr = 2\pi rcv \text{ и } G(0) = 0 \quad (\text{B7})$$

Поэтому получаем (интегрируя от 0 до a):

$$\int 2\pi cvN r dr = \int (dG/dr)N dr = \int NdG = GN(a) - GN(0) - \int GdN \quad (\text{B8})$$

Комбинируя (B7), (B8) и (10), получим продолжение (B8):

$$N(a)P - \int G(dN/dr)dr = N(a)P - \int G(\partial N/\partial r) dr$$

Итоговый перенос желаемого компонента вверх может быть записан следующим образом:

$$PN_P = N(0)P - \int G(\partial N/\partial r)dr - \int 2\pi cD_{AB}(\partial N/\partial r)r dr \quad (\text{B9})$$

Коэн предполагает, что аксиальный градиент изотопа не изменяется с радиусом и что концентрация изотопа изменяется с радиусом медленно, так что величины $\partial N/\partial z$ и $N(1-N)$ можно считать постоянными. Хотя это не совсем точно, полные трехмерные решения уравнений Навье-Стокса показывают, как сообщается, что это правильно с большой степенью точности. Вспомним также, что cD_{AB} – это константа. Проведем подстановки в (B5) и соберем все члены с $\partial N/\partial z$. Получаем в итоге:

$$(\int 2\pi G^2 (cD_{AB}r)^{-1} dr + \pi a^2 cD_{AB})(\partial N/\partial z) = [\Delta M \Omega^2 (RT)^{-1} \int Gr dr] N(1-N) - P(N_P - N(0)) \quad (\text{B10})$$

Это уравнение, если разделить его на L, примет вид градиентного уравнения, аналогичного уравнению для фракционной колонки, приведенному в (12):

$$SdN/dz = (\alpha-1)N(1-N) - (P/L)(N_P-N)$$

где L - отношение массы, текущей вверх в центрифуге, к потоку противотока, равно:

$$L = \int 2\pi c v r dr \quad (B11)$$

где верхний предел интеграла r_0 - точка перегиба на профиле противотока (Рис.2). Отсюда и из (B10) можно определить длину ступени

$$S = L^{-1} \{ \int 2\pi G^2 (c D_{AB} r)^{-1} dr + \pi a^2 c D_{AB} \} \quad (B12)$$

где первый член в скобках является вкладом от противотока, а второй - от осевой обратной диффузии. Аналогично можно найти коэффициент разделения ячейки

$$\alpha - 1 = \Delta M \Omega^2 \cdot (RTL)^{-1} \int G r dr \quad (B13)$$

L и G зависят только от c и v , так что обе эти функции известны, Если обратить внимание на то, что L и G линейно зависят от v , очевидно, что противотоковая часть длины ступени пропорциональна величине L , а диффузионный член обратно пропорционален L . Значит, существует такое значение L , когда длина S становится минимальной. Поэтому число ступеней при заданной длине ротора имеет максимум. Экстремальные значения S и L приведены ниже:

$$S_0 = a [2 \int G^2 dr]^{1/2} (\int c v r dr)^{-1} \quad (B14)$$

$$L_0 = 2\pi a c D_{AB} \{ 2 \int G^2 r^{-1} dr \}^{-1/2} \int c v r dr \quad (B15)$$

[интегралы $\int c v r dr$ в (B14) и (B15) вычисляются на отрезке $(0, r_0)$]. Теперь перепишем (B10) в таком виде:

$$S dN/dz = [1+m^2]/2m \int S_0 dN/dz = (\alpha - 1)N(1-N) - P(mL_0)^{-1}(N_P - N) \quad (B16)$$

Поскольку полный коэффициент разделения центрифуги обратно пропорционален длине ступени, полный коэффициент разделения пропорционален выражению:

$$2m/(1 + m^2) \quad (B17)$$

ПРИЛОЖЕНИЕ С: СВОЙСТВА UF₆

Приведенные данные взяты из ссылок (3) и (10) в единицах Кельвин-сантиметр-грамм-секунда.

Уравнение состояния:

$$\rho(p, T) = (4.235 \cdot 10^{-6})p / (T - 1.359p/T^2)$$

Динамическая вязкость:

$$\eta(T) = (-2.099 \cdot 10^{-13})T^3 + (2.783 \cdot 10^{-16})T^2 + (3.83 \cdot 10^{-7}) + 3.907 \cdot 10^{-5}$$

Коэффициент самодиффузии, умноженный на плотность

$$D\rho(T) = (-1.725 \cdot 10^{-14})T^3 + (1.33 \cdot 10^{-11})T^2 + (6.349 \cdot 10^{-8})T + 2.756$$

Давление паров

$$\begin{aligned} p_0 &= \exp\{[0.01736(T-195.4)(T+1094)]/(T-89.73)\} \quad T < 337.2 \\ p_0 &= \exp[23.30 + 4668 / (92.137 - 1.8 T)] \quad 337.2 < T < 389.3 \\ p_0 &= \exp [24.90 - 6976 / (52.20 + 1.8 T)] \quad T > 389.3 \end{aligned}$$