

ОЦЕНКА КОЛИЧЕСТВА ПРИГОДНЫХ ДЛЯ ЯДЕРНОГО ОРУЖИЯ МАТЕРИАЛОВ ВНЕ ПРАВИТЕЛЬСТВЕННОГО КОНТРОЛЯ НА ОСНОВАНИИ ДАННЫХ ОБ ИЗВЕСТНЫХ КОНФИСКАЦИЯХ

Валентин Станев и Стив Феттер

АННОТАЦИЯ

Террористы могут получить ядерное оружие, используя пригодные для оружия ядерные материалы, украденные или иным способом отведенные от легитимных органов власти. Многочисленные хорошо документированные конфискации позволяют предположить существование черного рынка, привлекающего неизвестные запасы пригодного для оружия ядерного материала, не находящегося под контролем органов власти. Мы оцениваем общее количество неконтролируемого материала на основании открыто объявленных конфискаций и нескольких различных статистических методов и моделей. Мы оцениваем, что от 90 до 250 килограммов – достаточно для до десяти единиц ядерного оружия – остается не под контролем легитимных органов власти. Хотя приведенная оценка подвержена значительным неопределенностям и потенциальному смещению, правительства могут обладать дополнительной информацией по конфискациям ядерных материалов, которая может быть использована для уточнения оценок.

Валентин Станев работает в департаменте научного и прикладного материаловедения Мэрилендского университета, Колледж Парк, Мэриленд, США.

Почтовый адрес для корреспонденции: Valentin Stanev, Department of Materials Science and Engineering, University of Maryland, College Park, MD 20742-4111, USA.

Адрес электронной почты: vstanev@umd.edu

Стив Феттер работает в школе государственной политики Мэрилендского университета, Колледж Парк, Мэриленд, США.

Статья получена 13 сентября 2016 года и принята к публикации 27 сентября 2017 года.

ВВЕДЕНИЕ

Общепринято считать, что самым серьезным барьером на пути к овладению ядерным оружием является доступ к ядерным материалам, пригодным для оружия – высокообогащенному урану (ВОУ) и плутонию. Производство этих материалов сложно для национальных государств и находится за пределами возможностей даже для лучше всего оснащенных террористических групп. Центральным элементом инициатив для сокращения риска ядерного терроризма были усилия по сокращению производства и использования пригодных для оружия ядерных материалов, их удаления там, где это возможно, увеличения безопасности остающихся запасов и обнаружения и перехвата таких материалов при перемещении или на черных рынках¹.

Несмотря на эти усилия, вероятно, что некоторое неизвестное, но заметное количество пригодных для оружия ядерных материалов остается вне контроля любого легитимного органа власти. Как показано в таблице 1, в период с 1992 до 2015 года было открыто объявлено о 21 конфискации, включающей 19,72 кг таких материалов (19,35 кг ВОУ и 0,37 кг плутония). Эти конфискации происходили в ходе инспекций на международных границах, операций по задержанию, и других действий полиции. Могли происходить и другие конфискации, о которых не сообщалось открыто. Разумно предположить, что захваченные материалы составляют всего лишь часть от еще больших запасов пригодных для оружия ядерных материалов, существующих вне любого правительственного и регулятивного контроля, и что остается некоторое коли-

чество таких материалов, которое потенциально доступно для покупателей на черном рынке. Надежные оценки такого количества материала будут полезны для оценивания рисков ядерного терроризма и уровня усилий, которые должны быть направлены на сокращение таких рисков.

Таблица 1. Документированные события конфискации пригодных для оружия ядерных материалов. Количество материала указывается в граммах.

Дата	Местоположение	Материал	Количество
6 ноября 1992 года	Подольск, Россия	ВОУ (90%)	1 500
29 июля 1993 года	Андреева Губа, Россия	ВОУ (36%)	1 800
28 ноября 1993 года	Мурманск, Россия	ВОУ (20%)	4 500
24 мая 1993 года	Вильнюс, Литва	ВОУ (50%)	150
Март 1994 года	Санкт-Петербург, Россия	ВОУ (90%)	2 972
10 мая 1994 года	Тенген-Вихс, Германия	Плутоний	6,2
13 июня 1994 года	Ландсхут, Германия	ВОУ (90%)	0,795
25 июля 1994 года	Мюнхен, Германия	Плутоний	0,24
8 августа 1994 года	Аэропорт Мюнхена, Германия	Плутоний	363,4
14 декабря 1994 года	Прага, Чешская республика	ВОУ (87,7%)	2 730
Июнь 1995 года	Москва, Россия	ВОУ (21%)	1 700
6 июня 1995 года	Прага, Чешская республика	ВОУ (87,7%)	0,415
8 июня 1995 года	Ческе-Будейовице, Чешская республика	ВОУ (87,7%)	16,9
29 мая 1999 года	Роуссе, Болгария	ВОУ (72,6%)	10
Май 2000 года	Электросталь, Россия	ВОУ (20%)	3 700
Декабрь 2000 года	Карлсруэ, Германия	Плутоний	0,001
16 июля 2001 года	Париж, Франция	ВОУ (72,6%)	0,5
26 июня 2003 года	Садахло, Грузия	ВОУ (89%)	170
1 февраля 2006 года	Тбилиси, Грузия	ВОУ (89%)	79,5
5 октября 2009 года	Кишинев, Молдова	ВОУ (72,6%)	4
3 ноября 2011 года	Тбилиси, Грузия	ВОУ (89%)	18
Всего			19 722

Хотя индивидуальные государства поддерживаются системы учета ядерных материалов, неопределенности и ошибки в измерениях и учете ограничивают их использование в определении того, как много – если вообще – материала могло быть потеряно или украдено. Например, Соединенные Штаты оценивают, что они изготовили или иным способом приобрели всего 111 700 кг плутония, но текущие запасы и известные удаления учитывают только 109 300 кг, оставляя 2 400 кг неучтенными². Нет никаких оснований считать, что любая часть этого материала была украдена; большая часть, или даже вся недостача в 2 400 кг, вероятно, стала результатом переоценки производства плутония, и (или) недооценки количества плутония, утилизированного с отходами или оставшегося в технологическом оборудовании. Российское правительство не предоставляет общественности отчета по своему балансу плутония, но обычно считается, что их неопределенность учета даже больше, чем в Соединенных Штатах. Таким образом, мы не можем полагаться на официальные материалы систем учета для того, чтобы получить правдоподобный верхний предел на количество пригодных для оружия ядерных материалов, которые могут находиться не под контролем государства³.

В этой статье мы используем информацию об известных конфискациях для оценки общего количества пригодных для оружия ядерных материалов, остающихся не под контролем государства. Наш подход является статистическим⁴. Мы начнем с простого предположения, что конфискации таких материалов являются случайными событиями: в любой сделке на черном рынке или в контрабандной операции имеется некоторая вероятность того, что материал будет конфискован властями, с исходом, определяемым случайными факторами. С дополнительными – и более вызывающими сомнения – предположениями мы можем построить простые модели для описания процесса конфискации или процесса возврата. Мы рассматриваем две таких модели: биномиальную модель и модель захвата-возврата. Эти модели представляют взаимодополняющие подходы: первый предполагает постоянный поток материала, из которого извлекается некоторая неизвестная доля; второй предполагает фиксированный запас материала, из которого производится случайное извлечение. Мы также рассматриваем потенциальное смещение распределения масс перехваченных позиций и вводим исправленное распределение, которое включает возможность не обнаруженных позиций большей массы.

Мы признаем, что нашим оценкам присущи очень большие неопределенности, и что они могут систематически недооценивать или переоценивать количество неконтролируемых ядерных материалов, при-

годных для оружия. Полученные здесь оценки следует рассматривать как предварительную попытку обратиться к этому важному вопросу.

ИЗВЕСТНЫЕ ОБЩЕСТВЕННОСТИ КОНФИСКАЦИИ ПРИГОДНЫХ ДЛЯ ОРУЖИЯ ЯДЕРНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Существуют три хорошо известных базы данных инцидентов, включающих ядерные материалы, пригодные для оружия. Международное агентство по атомной энергии (МАГАТЭ) поддерживает базу данных инцидентов и торговли запрещенным товаром, которая защищена соглашениями о конфиденциальности между МАГАТЭ и государствами-членами, и к которой нет открытого доступа (хотя агентство публикует ежегодные сводные отчеты)⁵. Вторая база данных, поддерживаемая Центром исследований по нераспространению, является открытым источником, но в нее входят данные только за последние годы, а качество и точность информации существенно неодинаковы⁶. Здесь мы используем базу данных по ядерной контрабанде, кражам и брошенным радиоактивным источникам, поддерживаемую Зальцбургским университетом (DSTO). Хотя она не является общедоступной, было опубликовано несколько подробных отчетов по информации, содержащейся в базе DSTO. Если не указано иного, то используемая информация берется из этих двух отчетов. В таблице 1 приведена сводка хорошо документированных конфискации пригодных для оружия ядерных материалов.

ОЦЕНКИ, ОСНОВАННЫЕ НА РАСПРЕДЕЛЕНИИ ВЕРОЯТНОСТИ ИЗВЛЕЧЕНИЙ

Мы начнем с простого метода для оценки неконтролируемых пригодных для оружия ядерных материалов. Мы объединим все конфискованные пригодные для оружия ядерные материалы, пренебрегая различиями их химического и изотопного состава. Полное количество таких материалов, конфискованных между 1992 и 2015 годами, равно 19,72 кг, которое мы для простоты округлим до 20 кг. Доля извлекаемых материалов определяется как:

$$t = \frac{r}{r + x} \quad (1.1)$$

где $r = 20$ кг и x – количество пригодных для оружия ядерных материалов, которое остается вне контроля. Мы предполагаем, что конфискация таких материалов по существу является случайным процессом с фиксированной вероятностью. Вероятность того, что x меньше заданной величины X , задается выражением:

$$P(x < X | r) = \int_{\frac{r}{X+r}}^1 f(t) dt = 1 - CDF_f\left(\frac{r}{X+r}\right) \quad (1.2)$$

где $f(t)$ – распределение вероятности и CDF_f – кумулятивное распределение вероятностей доли материала, которая была извлечена. Мы представляем $f(t)$ бета-распределением, которое является семейством непрерывных распределений, широко используемым для байесовских оценок:

$$f(t) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} t^{\alpha-1} (1-t)^{\beta-1} \quad (1.3)$$

где α и β – параметры формы. Применение значений $\alpha = 1$ и $\beta = 1$ соответствует однородному распределению $f(t) = 1$, которое эквивалентно полному игнорированию доли материала, которая была конфискована. В этом случае уравнение (2) сводится к

$$P(x < X | r) = 1 - \frac{r}{X+r} = \frac{X}{X+r} \quad (1.4)$$

Однородное распределение дает 50%-ую вероятность того, что менее 20 кг останутся не извлечен-

ными, 75%-ую вероятность того, что менее 60 кг, 90%-ую вероятность того, что менее 120 кг, и 96%-ую вероятность того, что менее 200 кг. Это несмещенная оценка, потому что она никаких предположений, кроме случайности процесса извлечения. Это предоставляет важную основу для сравнения с другими методами оценки, которые базируются на дополнительных предположениях⁸.

Но нам не следует предполагать полное игнорирование вероятности извлечения. Существуют черные рынки в широком диапазоне материалов, включая наркотики, похищенные или фальсифицированные товары, валюту, оружие, людей и диких животных. В некоторых случаях можно оценить полный объем рынка, и, следовательно, вероятность извлечения (процент контрабанды, которая была конфискована). Исследования этих черных рынков обычно показывают, что конфискация составляет малую долю всей циркулирующей контрабанды. В случае наркотиков потребление оценивается по анкетированию, лекарственной терапии, и данным по арестам. Если мы разделим сумму опубликованных конфискаций на сумму конфискации и оценку потребления в Соединенных Штатах, мы обнаружим, что средняя доля извлечения за период 2000-2010 годов равнялась 6-16% для героина, 8-21% для метамфетамина, 21-35% для марихуаны и 24-43% для кокаина⁹. В случае слоновой кости размер рынка, создаваемого нелегальным браконьерством, можно оценить с помощью моделирования и отслеживания популяции слонов. Разделив сумму опубликованных конфискаций африканской слоновой кости на общее количество слоновой кости, определенное по оценкам нелегального браконьерства в течение 2010-2012 годов, можно получить вероятность извлечения в 4-19%¹⁰. На основании опубликованных конфискаций и оценок количества стрелкового оружия, приобретенного с намерением незаконной торговли, в одном исследовании оценивалось, что власти США и Мексики конфисковали от 9% до 35% от всего стрелкового оружия, приобретенного в 2010-2012 годах с целью его незаконной продажи¹¹. Оцениваемая доля возвращения украденных предметов искусства лежит в пределах от 6% до 20%¹².

Между черным рынком пригодных для оружия ядерных материалов и другими черными рынками имеются важные различия. Самый большой черный рынок, рынок наркотиков, включает в себя хорошо развитые и хорошо финансируемые сети производителей и распределителей с опытом контрабанды, накопленным на протяжении многих десятилетий, но существуют также и специализированные совместные усилия разведки и полиции для противостояния торговле наркотиками. Черный рынок слоновой кости и других диких животных намного меньше, а контрабандисты менее организованы и профессиональны, но деятельность полиции и работников таможни в странах-поставщиках также менее эффективна. Контрабанда оружия тесно связана с другой криминальной деятельностью, и те же самые группы, которые занимаются контрабандой оружия, также занимаются контрабандой наркотиков и других товаров. Несмотря на эти различия, Фосс пришел к выводу, что "характеристики, связанные с контрабандой и незаконной торговлей ядерным материалом не отличаются от характеристик, связанных с контрабандой и незаконной торговлей другими запрещенными товарами"¹³. Фосс отметил, в частности, сходство между черными рынками для украденных предметов искусства и ядерных материалов: оба рынка имеют дело с небольшими, транспортными объектами, которые обычно сильно предохраняются от кражи, и у обеих товаров имеются рыночные ниши, в которых законные продажи возникают только в ограниченных и строго определенных обстоятельствах. На обоих рынках продавцам трудно найти своих покупателей, и на них часто сталкиваются с обманом и мошенничествами. Поэтому мы полагаем, что не необоснованно предположить, что вероятность извлечения для пригодных для оружия ядерных материалов, вероятно, будет находиться в том же интервале, что и для других черных рынков, для которых оцениваемый диапазон вероятности извлечения простирается от низких значений в 6-10% до высоких значений в 35-45%.

Мы используем уравнение (3) для создания набора распределений для вероятности извлечения пригодных для оружия ядерных материалов с нижним доверительным уровнем (10%) в диапазоне от 6% до 10%, и с верхним доверительным уровнем (90%) в диапазоне от 35% до 45%. На рисунке 1 показано четыре репрезентативных распределения, которые удовлетворяют данным условиям, с параметрами формы (α , β), равными (1,6; 5,3), (2,2; 9,2), (2,6; 7,5) и (3,6; 13). Их можно считать обоснованными предварительными распределениями, базирующимися на оцененных вероятностях извлечения для других черных рынков, оставляющими также возможность того, чтобы вероятность извлечения пригодных для оружия ядерных материалов была существенно выше или ниже.

Интегрируя эти функции, мы получим оценки для вероятности $P(x < X | r)$. Как показано на рисунке 2, имеется 50%-ая вероятность того, что количество неконтролируемых пригодных для ядерного оружия материалов будет меньше 65-95 кг, 75%-ая вероятность того, что оно будет меньше 105-165 кг, и 90%-ая вероятность того, что менее 180-320 кг. Эти оценки существенно выше, чем те, которые были получены для однородного распределения вероятности $f(t) = 1$, поскольку первоначальные распределения вероят-

ности асимметрично сдвинуты влево.

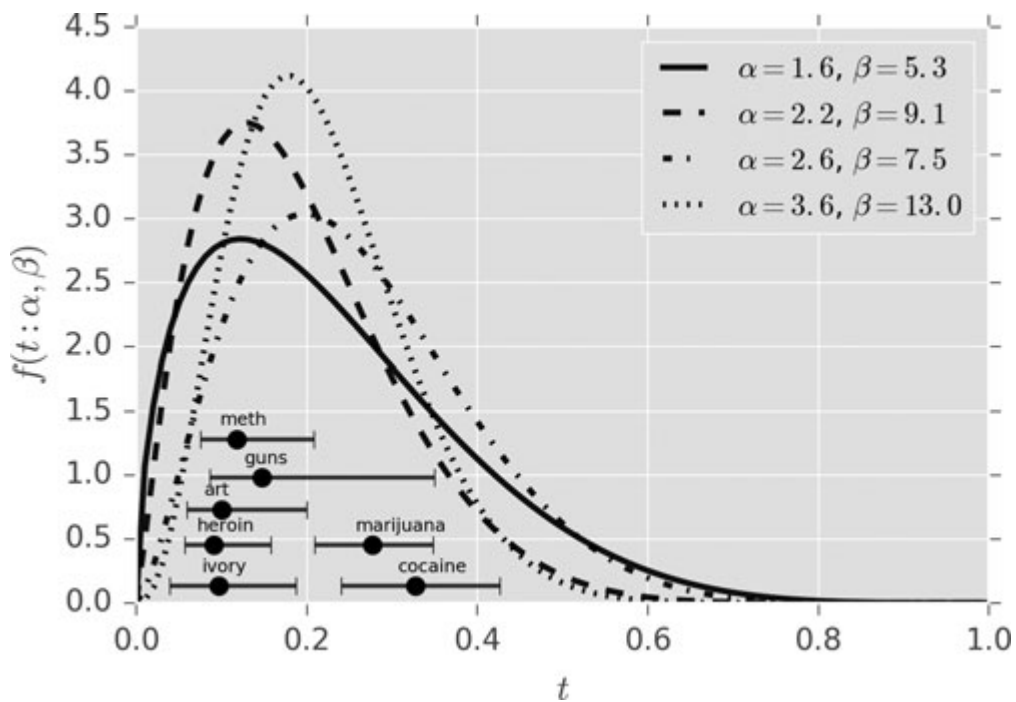


Рисунок 1. Воображаемые распределения для вероятности извлечения пригодных для оружия ядерных материалов на основании оценок вероятности извлечения для других черных рынков.

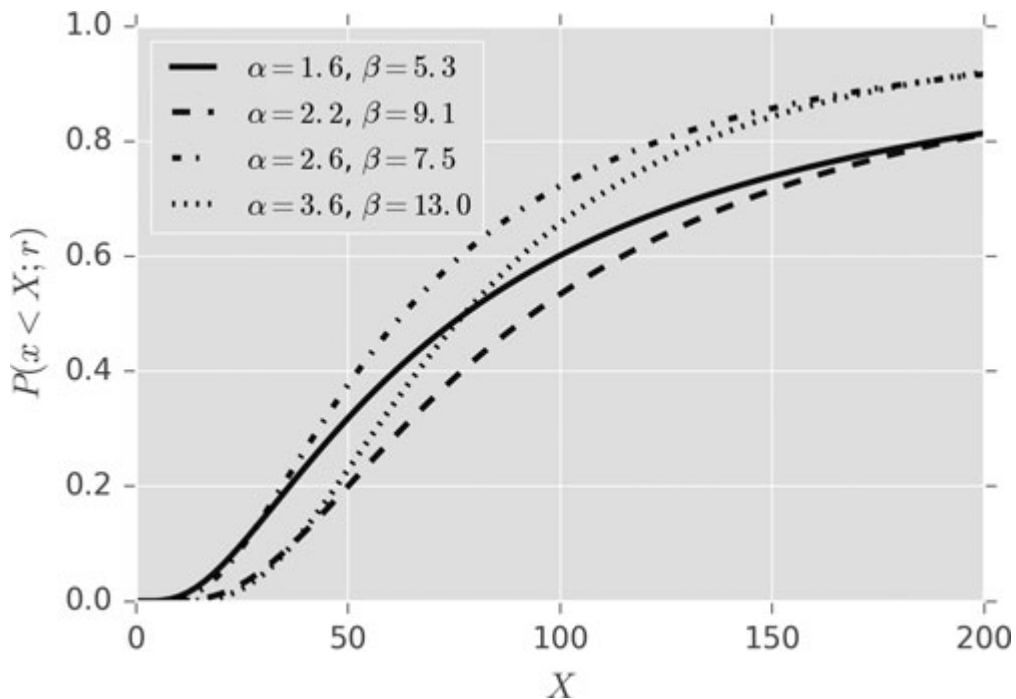


Рисунок 2. График вероятности $P(x < X|r)$ того, что количество не извлеченного пригодного для оружия ядерного материала не превышает X .

БИНОМИАЛЬНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

В этом разделе мы используем изменение количества конфискации в зависимости от времени для оценки вероятности извлечения. Хотя этот метод базируется на вызывающем сомнение предположении, что вероятность извлечения не зависит от времени, он представляет естественное расширение оценок, полученных в предыдущем разделе.

Серьезной проблемой в разработке статистической модели для процесса извлечения является очень

малое количество конфискации пригодных для оружия ядерных материалов. Для того, чтобы скомпенсировать влияние этой проблемы, мы расширим набор данных, включив в него конфискации всех радиоактивных материалов, и предположим, что вероятность извлечения для пригодных для оружия ядерных материалов приблизительно равна такой вероятности для всех радиоактивных материалов. Мы рассматриваем инциденты, включающие радиоактивные материалы, где имеются очевидные криминальные намерения, за исключением тех инцидентов, которые вряд ли связаны с потенциальными сделками на черном рынке. Мы ограничим наш анализ сделками в черноморском регионе¹⁴. Хотя этот выбор был обусловлен доступностью данных, на страны данного региона приходится более половины конфискации пригодных для оружия ядерных материалов и более 85% от общего количества таких материалов.

На рисунке 3 показано ежегодное количество конфискации радиоактивных материалов в черноморском регионе в период с 1991 по 2012 годы¹⁵. Количество конфискации за год подвержено значительным вариациям. Некоторая часть этой переменности может быть связана с изменениями в политических и экономических условиях, а также в состоянии безопасности. Например, распад Советского Союза и сопровождающий его широко распространенный политический и экономический кризис может объяснить резкий подъем конфискации в 1991-1994 годах, а последующее улучшение в экономической ситуации в странах бывшего Советского Союза и Восточной Европе может помочь объяснить постепенное уменьшение количества конфискации в период с 2000 до 2010 год. Хотя политические и экономические события, вероятно, являются определяющими факторами попыток ядерной контрабанды и вероятности извлечения, мы игнорируем эти факторы и предполагаем постоянную скорость контрабанды и вероятности извлечения для того, чтобы создать простую модель для соотношения между наблюдаемой переменностью конфискации и вероятностью извлечения. Другими словами, мы предполагаем, что каждый год происходит некоторое постоянное число попыток контрабанды или продажи радиоактивного материала и имеется постоянная вероятность q того, что каждая такая попытка будет обнаружена и материал будет конфискован.

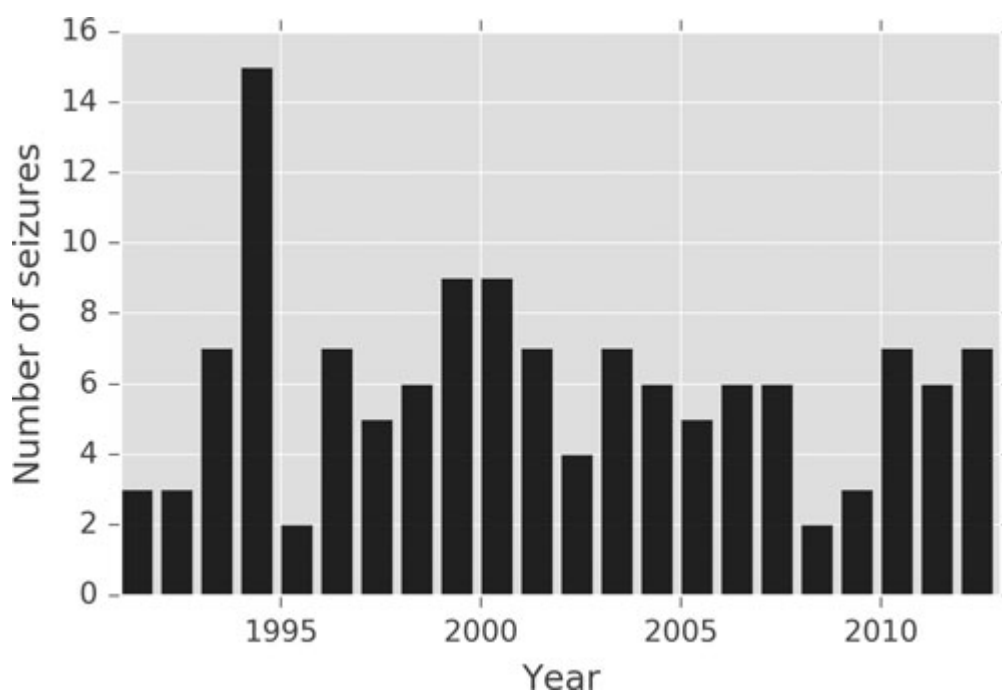


Рисунок 3. Ежегодное количество конфискации радиоактивного материала в черноморском регионе, 1991-2012.

Конечно, нет причин ожидать, что каждый год будет происходить одно и то же количество попыток контрабанды. Напротив, мы ожидаем, что это количество будет меняться соответственно изменениям условий безопасности и экономических условий, а также и других факторов. Тем не менее, мы можем нивелировать влияние этих внешних факторов переменности, суммируя несколько непоследовательных лет, чтобы устранить детерминированную временную зависимость N_{tot} .

Перед тем, как мы сделаем это, мы сначала попытаемся непосредственно аппроксимировать данные, показанные на рисунке 3. Мы используем стандартную биномиальную модель, в которой каждый год пред-

ставлен независимой выборкой процесса из N_{tot} попыток, каждая из которых может привести к возврату с вероятностью q , с общим количеством конфискации за год, равным $n = q \cdot N_{tot}$ ¹⁶. По имеющимся данным мы можем оценить n , но не q или N_{tot} по отдельности. Тем не менее, мы можем использовать наблюдаемое среднее значение u и дисперсию ежегодного количества конфискации для одновременной оценки двух параметров модели. Поскольку дисперсия биномиального распределения задается как $\sigma^2 = N_{tot} q \cdot (1 - q) = n \cdot (1 - q)$

$$q = 1 - \frac{\sigma^2}{n}$$

или, эквивалентно,

$$\sigma(N_{tot}) = \sqrt{n \left(1 - \frac{n}{N_{tot}} \right)}$$

Для данных, показанных на рисунке 3, среднее значение и дисперсия выборки соответственно равны 6,0 и 8,1 что несовместимо с биномиальной моделью (дисперсия слишком велика, что приводит к отрицательному значению q). Отметим, однако, что количество конфискации в 1994 году (15) более, чем на четыре стандартных отклонения превосходит среднее значение за все года, кроме 1994 года, что очевидно можно считать выпадающим значением. Если мы пропустим этот год, то тогда $n = 5,6$ и $\sigma^2 = 4,3$, что приведет к $q = 0,24$, что позволит предположить, что конфискуется примерно четверть от всего контрабандного материала.

Хотя исключение одного года из данных может быть оправдано необходимостью удаления выпадающего значения, оно может также привести к неблагоприятным последствиям игнорирования года с максимальным количеством инцидентов. Это искусственно сократит дисперсию, что может привести к существенной недооценке N_{tot} и, соответственно, к переоценке q . Поскольку завышенная дисперсия (т.е., дисперсия, существенно превышающая ту, которую предсказывает простая биномиальная модель) часто встречается у реальных данных, то были предложены различные подходы для обращения с нею¹⁷. Здесь мы будем следовать простой процедуре. Во-первых, мы разделим все года на случайные группы из двух позиций для уменьшения влияния исторических тенденций в данных¹⁸. Затем мы оценим стандартное отклонение разбитых на группы данных и предположим, что оно имеет вид $\sigma_{data} = \phi \sigma_{model}$, где ϕ – параметр инфляции дисперсии. Этот метод является одним из простейших способов включения завышенной дисперсии в модель, и он широко используется в литературе¹⁹. Его преимущество состоит в том, что параметр ϕ можно оценить непосредственно, не предполагая априорного знания величин N_{tot} или q . Используя этот параметр, мы можем скорректировать теоретическую кривую $\sigma(N_{tot})$ и найти ее пересечение со стандартным отклонением данных. Мы оценим ϕ , используя статистику хи-квадрат Пирсона:

$$\phi = \left(\sum \frac{(n_i - n_{mean})^2}{n_{mean} d_f} \right)^{\frac{1}{2}}$$

где n_i – данные для i -го двухлетнего периода, а $d_f = N_{bins} - 1$ – количество степеней свободы (N_{bins} – общее число двухлетних периодов).

На рисунке 4 мы показываем исправленную кривую, которая при пересечении с данными предоставляет оценку N_{tot} несколько меньше 100. Поскольку среднее значение для разбитых на группы данных $n = 12$ предполагает, что вероятность извлечения примерно равна 15%. Как и ожидалось, это значение существенно меньше, чем предыдущее значение в 24%, в котором игнорировались данные за 1994 год.

Для того, чтобы получить примерное представление о точности этой оценки (по крайней мере в пределах этой сильно упрощенной модели), мы провели модельные расчеты, повторно выбирая биномиально распределенные образцы для фиксированных n и N_{tot} , и рассчитывая их среднее значение и дисперсию. Мы умножали стандартное отклонение на рассчитанный коэффициент инфляции дисперсии, и проводили линии, между которыми находились 50% результатов моделирования. Эта процедура предоставила нам меру доверительных интервалов для оценки N_{tot} . Результаты моделирования показаны на рисунке 5. Мы

можем сказать с уверенностью в 75%, что N_{tot} больше 56, и что вероятность извлечения меньше $12/56 \approx 20\%$. К сожалению, этот метод не предоставляет верхнего доверительного предела для N_{tot} (или нижнего доверительного предела для вероятности извлечения).

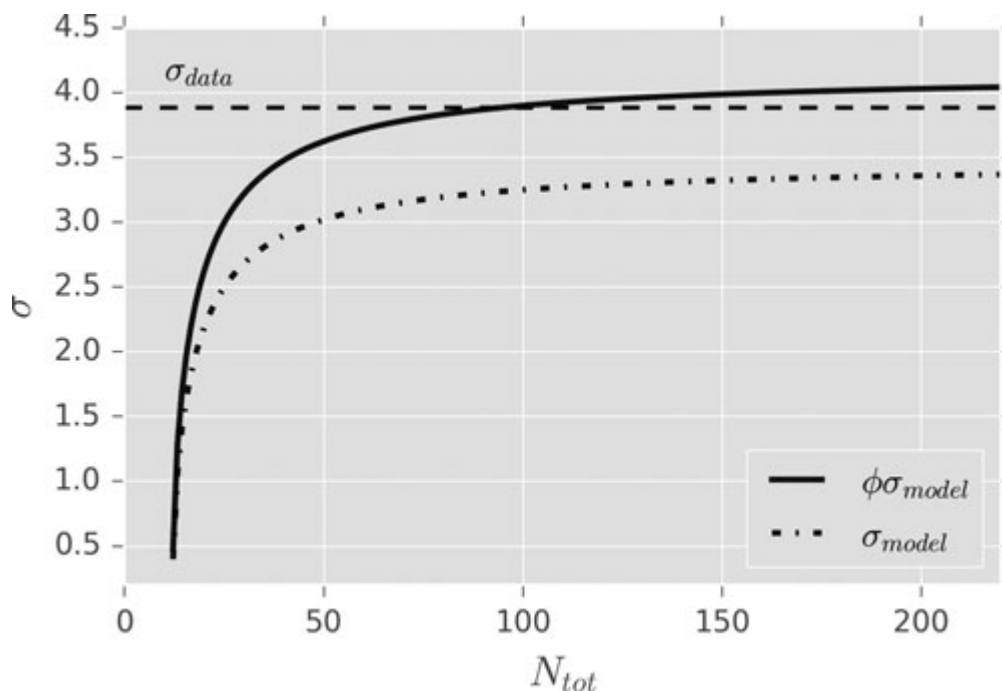


Рисунок 4. Зависимость дисперсии от N_{tot} непосредственно задаваемая биномиальной моделью (штрихпунктирная кривая), и исправленная за завышенную дисперсию данных с ϕ (сплошная кривая). Пересечение линии σ_{data} (штриховая линия) с исправленной кривой σ_{model} дает оценку N_{tot} примерно равную 100 (вероятность возврата около 15%). Отметим изменение масштабов, вызванное комбинацией лет в группы из двух: $n = 12$.

Отметим, что включением параметра инфляции дисперсии мы исправляем некоторые из наиболее вопиющих упрощений модели (предположения постоянства N_{tot} и q). Хотя возможны многие другие варианты трактовки завышенной дисперсии, эти оценки могут быть улучшены, если будет найдено подмножество данных, в котором будет удовлетворено большее количество основополагающих предположений.

Данный анализ базируется на данных, относящихся к конфискации радиоактивных материалов. Большая часть конфискаций была проведена в результате действий полиции или пограничных служб, которые не обладали знаниями о физических или химических свойствах вовлеченных материалов, что позволяло предполагать, что вероятность извлечения пригодных для оружия ядерных материалов может быть такой же, как и для всех радиоактивных материалов²⁰. Если вероятность извлечения пригодных для оружия ядерных материалов равна приведенным выше оценкам для радиоактивных материалов, то с уверенностью 75% можно утверждать, что количество неконтролируемых пригодных для оружия ядерных материалов превышает 80 кг. С другой стороны, хорошо осведомленные контрабандисты должны будут рассматривать пригодные для оружия ядерные материалы как гораздо более ценные, чем другие радиоактивные материалы, и должны будут с большей тщательностью относиться к предотвращению их обнаружения полицейскими и пограничниками. Это позволяет предположить, что вероятность конфискации пригодных для оружия ядерных материалов будет существенно меньше, чем для всех радиоактивных материалов, и что количество неконтролируемого материала будет значительно больше, чем 80 кг. Мы можем сравнить эти выводы с оценками, полученными в предыдущем разделе (вероятность 75% того, что такое количество будет меньше 105 – 165 кг).

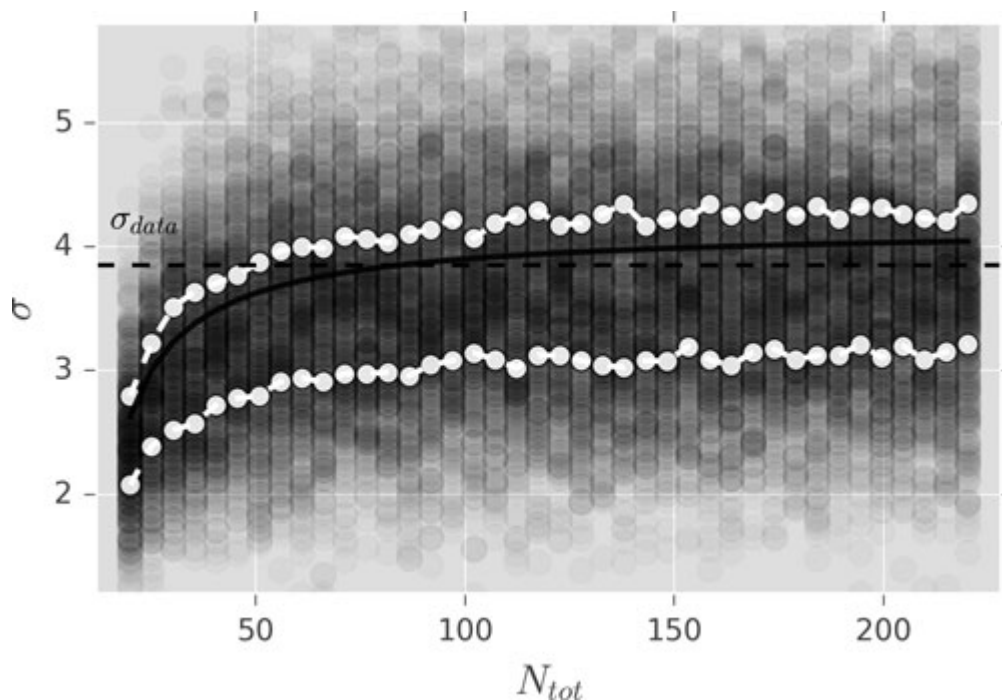


Рисунок 5. Результаты моделирования биномиальных процессов, наложенные на наблюдаемые и теоретические стандартные отклонения (последние исправлены на избыточную дисперсию). Белые круглые маркеры показывают границы первого и четвертого квартилей для каждого моделирования, а белые линии были построены по этим точкам интерполяцией сплайновой кривой третьего порядка. Распределение результатов моделирования заметно асимметрично по отношению к теоретической кривой.

ЧТО МЫ МОЖЕМ ПОЛУЧИТЬ ОТ МЕТОДОВ ЗАХВАТА И ПОВТОРНОГО ЗАХВАТА

Методы, рассмотренные в предыдущих разделах, базируются на основании постоянного потока неконтролируемых ядерных материалов, пригодных для оружия, из которого год за годом извлекается некоторая неизвестная часть. Дополняющий подход заключается в том, чтобы рассматривать фиксированный комбинированный запас таких материалов, из которого извлекаются небольшие количества. Это привносит некоторое сходство с проблемой в биологической статистике – оценке неизвестного размера популяции по ограниченной выборке, в которой обычно используются методы поимки–мечения–повторной поимки. Первоначальная случайная выборка животных отлавливается, метится и отпускается, после чего через некоторое время отлавливается другая случайная выборка. Полный размер популяции можно будет оценить, разделив количество помеченных животных в первой выборке на долю помеченных животных во второй выборке.

Методы поимки–мечения–повторной поимки нельзя непосредственно применить к проблеме неконтролируемых ядерных материалов, пригодных для оружия, но мы можем разработать суррогатную меру для событий повторного захвата. Если ядерные материалы, пригодные для оружия, перехваченные в разное время в разных местах, берут свое начало из одного и того же источника, мы сможем трактовать случаи, связанные с одиночным источником, как события повторного захвата из выборки всех случаев, включающих ядерные материалы, пригодные для оружия, которые, в свою очередь, независимо берутся из целой популяции ядерных материалов, пригодных для оружия²¹. Разработанная здесь модель захвата и повторного захвата предполагает, что все контрабандные ядерные материалы, пригодные для оружия, выходят из относительно малого количества хорошо определенных источников; что каждый такой источник внес свой вклад в по крайней мере два отдельных случая контрабанды, так что здесь могут быть события "захвата" и "повторного захвата" (т.е. многократные конфискации из одного источника); что вероятность повторного захвата одинакова для всех источников; и что захваченные предметы, приходящие из одного и того же источника, могут быть надежно идентифицированы и связаны друг с другом (например, с использованием ядерного или иного криминалистического анализа). Эти предположения вызывают серьезные сомнения, но этот метод предоставляет подход, фундаментально отличающийся от биномиальной

модели.

У нас есть всего лишь несколько возможных случаев повторного захвата, так что приходится использовать формулировку проблемы с редкими событиями²². Она опирается только на количество случаев без повторного захвата (обозначаемое как f_1) и на количество одиночных повторных захватов (обозначаемое как f_2). В этом случае мы имеем:

$$N_{tot} = S + \frac{\left(f_1^2 - \sum_i Z_i^2 \right)}{2f_2}$$

где S – полное число захватов и Z_i – количество случаев захвата в одиночном году i (мы рассматриваем каждый год как отдельную "ловушку" и производим суммирование по всем годам.) Из этих определений следует, что $S = f_1 + f_2$ and $\sum Z_i = f_1$ (где суммирование снова проводится по всем годам). Если у нас есть 21 конфискация ядерных материалов, пригодных для оружия, то, в предположении одного события повторного захвата ($S = 21$ и $f_2 = 1$), мы получим, что $N_{tot} \approx 105$, что соответствует вероятности извлечения около 20%. Отметим, что если события повторных захватов отсутствуют ($f_2 = 0$), то по общей формуле мы получим, что N_{tot} бесконечно, как это и должно быть: наблюдаемая вероятность повторного захвата равна нулю, откуда следует бесконечно большая популяция.

Мы можем получить стандартное отклонение для этой оценки. Общая формула для дисперсии N_{tot} имеет вид:

$$\sigma^2(N_{tot}) = (N_{tot} - S) + (N_{tot} - S)^2 \left(\frac{1}{f_2 + 1} + \frac{4}{N_{tot}} \right) + \left(\frac{\sum_i (f_1 - Z_i)^2 Z_i - \left[\sum_i (f_1 - Z_i) Z_i \right]^2 / N_{tot}}{(f_2 + 1)^2} \right)$$

Отсюда мы получаем, что $\sigma(N_{tot}) \approx 70$, что очень много. Если предположить, что интервал $N_{tot} \pm \sigma(N_{tot})$ содержит примерно 68% возможных значений N_{tot} , рассчитанных из аналогичных наблюдений, то мы можем построить доверительный интервал для количества неконтролируемых позиций ядерных материалов, пригодных для оружия: с уверенностью в 75% количество не захваченных позиций будет меньше, чем 130, а масса неконтролируемых ядерных материалов, пригодных для оружия, будет меньше 130 кг²³. Этот интервал похож на тот, который был получен в разделе "Оценки, основанные на распределении вероятности извлечений" для сравнимых вероятностей извлечения. Отметим, что если любое из ключевых положений модели захвата и повторного захвата будет неверным (что здесь всегда будет другой член той же самой группы и что мы сможем надежно связать их), то это приведет к переоценке количества пропущенного материала.

ФОРМУЛА ГУДА-ТЬЮРИНГА

В приведенном выше обсуждении мы оценили полное количество позиций неконтролируемых ядерных материалов, пригодных для оружия, на основании количества известных конфискации, и преобразовали рассчитанное полное количество позиций в полную массу неконтролируемого материала, используя среднюю массу конфискованной позиции. Это предполагает, что распределение всего неконтролируемого материала по массе совпадает с массовым распределением конфискованного материала. Данное предположение заслуживает дальнейшего исследования, поскольку оно может привести к существенному смещению получаемых оценок.

Для того, чтобы продемонстрировать возможные подвохи при использовании наблюдаемого распределения, мы разделим массу перехваченных по интервалам шириной в 1 кг, как это показано на рисунке 6. Распределение представляется достаточно гладким, но это является следствием выбора относительно широких интервалов; распределение данных по меньшим интервалам приводит к гораздо более неравномерным и изрезанным распределениям (показанным на вставке на рисунке 6). Таким образом, разделение данных по интервалам шириной 1 кг является простой, но эффективной, и, для последующего обсуждения, необходимой процедурой сглаживания. Более серьезная проблема связана с тем, что, используя распределение наблюдаемых случаев для оценки распределения масс во всем ненаблюдаемом объеме

неконтролируемого материала, мы неявно предполагаем, что вероятность того, что любая одиночная позиция в неконтролируемом материале будет обладать массой более 5 кг, пренебрежимо мала. Это является следствием того факта, что мы не встречались с конфискациями более 5 кг пригодных для оружия ядерных материалов.

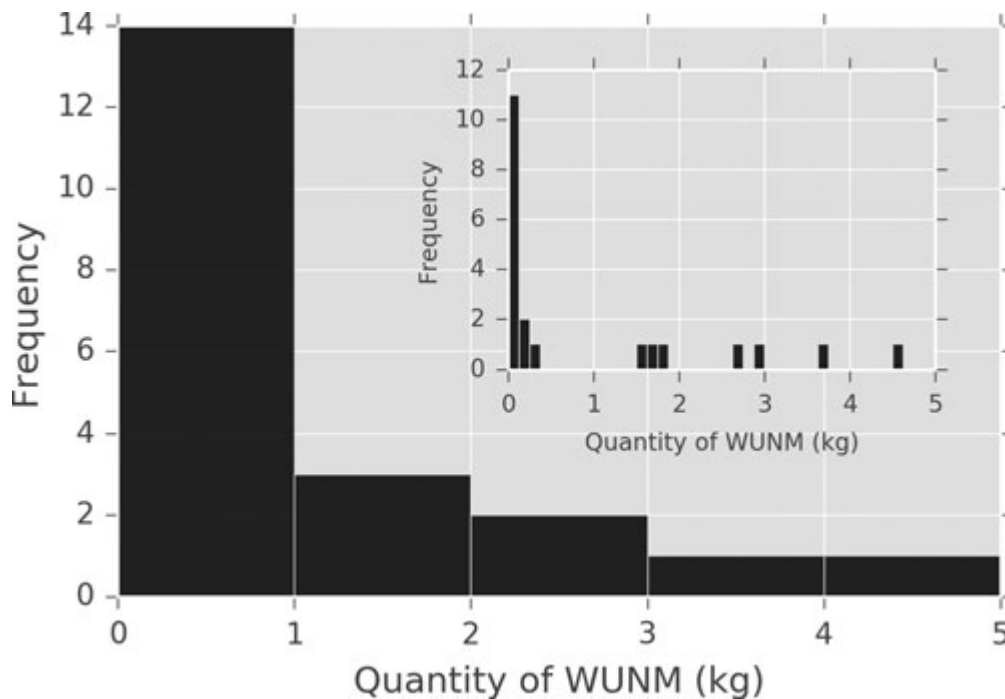


Рисунок 6. Распределение перехваченного пригодного для оружия материала с использованием интервала шириной 1 кг. На вставке показано распределение с использованием интервала шириной 0,125 кг.

Одно из решений состоит в дополнении наблюдаемого распределения для учета возможности более крупных, но не наблюдавшихся событий контрабанды. Это может быть сделано аппроксимацией наблюдаемого распределения кривой и ее экстраполяцией в область больших масс (соображения критичности ограничивают массу отдельной позиции, но здесь мы будем игнорировать это). Простая экспонента $P(m) = \gamma_0 \exp(-\gamma_0(m/m_0))$, где m_0 – ширина интервала (в нашем случае 1 кг), и γ_0 – одиночный регулируемый параметр обеспечивают корректную аппроксимацию наблюдаемых точек (смотрите рисунок 7). Аппроксимация дает $\gamma_0 = 1,25$, что приводит к малой вероятности позиций с массой более 5 кг: $P(m > 5 \text{ кг}) \approx 0,002$.

Другой подход заключается в применении метода, разработанного Аланом Тьюрингом и Ирвингом Гудом, который предоставляет способ модификации простой оценки частоты популяции на основании наблюдаемых частот выборок для включения возможности не наблюдавшихся событий²⁴. Тьюринг и Гуд предложили заменить безыскусную оценку вероятности конкретной позиции в популяции, задаваемую выражением $P_n = n/N$, где n – количество раз, которое позиция наблюдалась в полной выборке размера N , на модифицированную вероятность $P_n^* = n_n^*/N$. Есть много способов построения этого модифицированного количества n_n^* , но для того, чтобы такой способ оказался полезным, он должен обладать двумя общими свойствами: $n_n^* > 0$ (что позволяет работать с не наблюдавшимися позициями) и $n_n^* < n$ (для того, чтобы полная вероятность могла быть должным образом нормирована). Тьюринг предложил простой способ оценки частоты не наблюдавшихся позиций по формуле $n_n^* = v_1 / N$, где v_1 – количество видов позиций, которые наблюдались только один раз. Это интуитивно привлекательно, поскольку частота позиций, которые мы видим только один раз, должна дать нам хорошую идею по количеству вещей, которые мы не видим вообще. Из этой оценки мы получаем $P(m > 5 \text{ кг}) \approx 0,095$, что более, чем на порядок величины больше, того, что вытекает из простой экспоненциальной аппроксимации. На основании этого результата мы изменим параметр экспоненциальной аппроксимации, где значение γ корректируется так, чтобы включить оценку для вероятности $P(m > 5 \text{ кг})$. Используя $P(m > 5 \text{ кг})$ из формулы Гуда-Тьюринга, мы получаем $\gamma = 0,47$ как нашу лучшую оценку для фактора коррекции. Как видно из рисунка 7, это распределение $P(m)$ имеет намного более плоский "хвост". Отметим, что исправленная функция распределения не является

хорошей аппроксимацией для наблюдавшихся вероятностей, чего и следовало ожидать, поскольку мы учитываем не наблюдавшиеся события, а не просто аппроксимируем наблюдавшиеся данные.

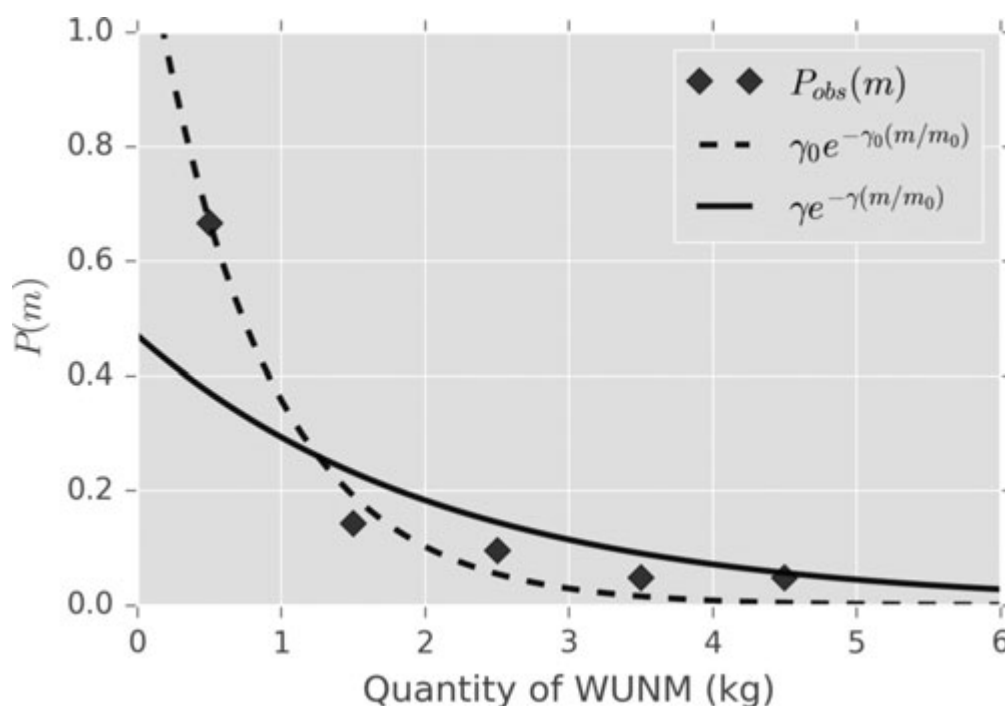


Рисунок 7. Предлагаемая функция плотности вероятности для перехваченного пригодного для оружия материала по массе. Ромбики представляют наблюдаемые относительные частоты. Штриховая линия является простой экспоненциальной аппроксимацией ($\gamma_0 = 1,25$), а сплошная линия соответствует модифицированной экспоненте ($\gamma = 0,47$), скорректированной для возможности более тяжелых поставок, рассчитанной по формуле Гуда-Тьюринга.

Одно возражение против использования метода Гуда-Тьюринга в данном контексте состоит в том, что он обычно используется для обращения с категориальными данными, а не с непрерывными переменными, такими, как масса. Его применение к базе данных ядерных материалов, пригодных для оружия, требует дискретизации массы позиций посредством их распределения по интервалам, что и было сделано выше. Выбор ширины интервалов произволен, и результаты могут зависеть от этого произвольного выбора. Однако, в данном случае выбор ширины интервала был ограничен требованием получения гладкого распределения. В процедуре распределения по интервалам, использованной нами выше, эти два обычно разделяемых этапа метода были соединены и они взаимно ограничивали друг друга. Действительно, даже в случае чисто категориальных распределений, необходимое сглаживание перераспределяет оригинальные наблюдения, делая таким образом определение категории несколько неопределенным²⁵.

Средняя масса конфискованного материала в 21 наблюдавшейся конфискации составляла 0,95 кг. Скорректированное экспоненциальное распределение приводит к гораздо большему ожидаемому значению для события контрабанды ($w = 2,13$ кг). Иными словами, отсутствие (редких) тяжелых поставок в наблюдавшихся конфискациях могут существенно сместить наши оценки веса недостающего материала, на множитель, примерно равный $2,13/0,95 = 2,24$. Таким образом, оценка общего количества неконтролируемого материала может более, чем вдвое превышать указанную ранее величину.

ВЫВОДЫ

Пригодный для оружия ядерный материал вне контроля органов власти может быть использован для ядерного терроризма или для разработки секретной программы ядерного оружия. Мы не нашли в открытой литературе попытки оценить полное количество неконтролируемых ядерных материалов, пригодных для оружия. Мы представляем оценки, полученные с помощью нескольких различных статистических методов, на базе публично известных конфискаций таких материалов (всего 20 кг в 21 отдельной конфискации) и на

предположении, что конфискация пригодных для оружия ядерных материалов является случайным процессом. Сводка результатов приводится в таблице 2.

Таблица 2. Вероятность извлечения и соответствующие количества неконтролируемых пригодных для оружия ядерных материалов для различных обсуждаемых методов и уровней достоверности в 25%, 50%, и 75%. Сами величины представляют собой верхние пределы, оцененные используемыми методами для каждого уровня достоверности.

	Вероятность извлечения (%)			Масса неконтролируемых пригодных для оружия ядерных материалов (кг)		
	25	50	75	25	50	75
Уровни достоверности	25	50	75	25	50	75
Распределение вероятности	11–16	18–24	26–34	40–60	60–90	110–170
Биномиальная	–	24	–	–	60	–
Исправленная биномиальная	–	15	20	80	110	–
Захват–повторный захват	14	20	–	–	80	120
Сводные		~20 (11–34)			~80 (40–110)	
Гуд-Тьюринг					~180 (90–250)	

Метод распределения вероятности, биномиальный и исправленный биномиальный методы, и метод захвата и повторного захвата дают оценки общего количества неконтролируемых пригодных для оружия ядерных материалов в диапазоне от 40 до 110 кг, с наилучшей оценкой около 80 кг; применение коррекции Гуда-Тьюринга примерно удваивает общую массу до интервала от 90 до 250 кг и наилучшей оценки в 180 кг. Отметим, что 25 кг высокообогащенного урана рассматривается Международным агентством по атомной энергии как "существенное количество" – достаточное для первого образца ядерного оружия. Следовательно, вне контроля органов власти может находиться количество ВОУ, достаточное для создания десятка единиц ядерного оружия. Несмотря на то что указанные методы обладают серьезными недостатками и основываются на весьма сомнительных предположениях, они предоставляют исходную точку для дальнейшего обсуждения.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Данные, представленные в таблице 1, подводят итог хорошо документированным событиям, включающим конфискацию ядерных материалов, пригодных для оружия. В открытых источниках сообщалось о многих других инцидентах, включающих такие материалы, но они не были определенно подтверждены и поэтому не были включены в наш анализ. Тем не менее, одно из таких событий представляет особый интерес: в 1998 году российские секретные службы сообщили, что сотрудники атомного предприятия в Челябинске были задержаны при попытке изменить маршрут 18,5 кг ВОУ (степень обогащения указана не была). Добавление такого количества к событиям из таблицы 1 почти удвоило бы общее количество конфискованных ядерных материалов, пригодных для оружия и значительно изменило бы приведенные в таблице 2 оценки таких неконтролируемых материалов. В этом приложении мы повторим соответствующие вычисления с включением данного случая.

Оценки вероятности извлечения из раздела "Оценки, основанные на распределении вероятности извлечений" остаются неизменными, но при новой сумме вероятность $P(x < X|r)$ изменится. На рисунке А1 (аналоге рисунка 2) мы показываем новую вероятность $P(x < X|r)$ вместе с аналогичными распределениями вероятности извлечения из рисунка 1. Как и можно было ожидать, вероятное количество не извлеченных пригодных для оружия ядерных материалов существенно возрастет (смотрите таблицу А1).

Количество пригодных для оружия неконтролируемых ядерных материалов, полученное с использованием биномиального метода (смотрите раздел "Биномиальное приближение") также базируется на правдоподобных оценках первого обнаружения для вероятности извлечения, которые слабо зависят от добавления одиночного нового случая. Фактически, среднее значение и дисперсия распределенных по годам данных возрастут менее, чем на один процент, от 6 и 8,1 до 6,04 и 8,14 соответственно. Поэтому мы не будем повторять все действия из раздела "Биномиальное приближение", но будем непосредственно использовать полученные там вероятность извлечения и ее уровни достоверности. При этом мы получим для нашей лучшей оценки 220 кг неконтролируемых пригодных для оружия ядерных материалов, со степенью уверенности в 75%, что это количество превысит 150 кг.

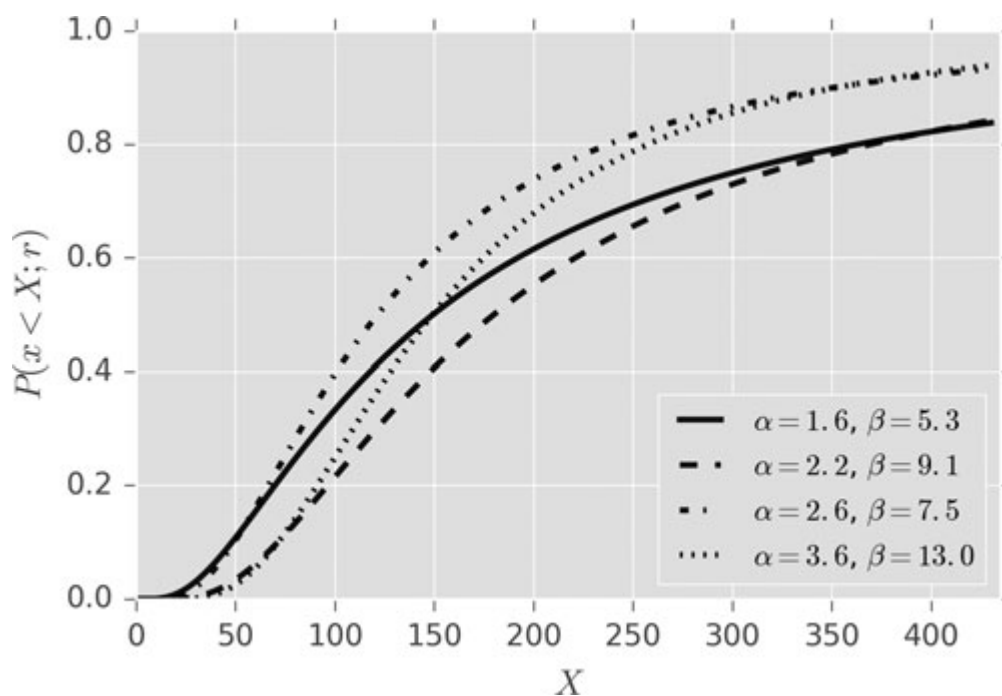


Рисунок А1. График вероятности $P(x < X; r)$ того, что количество не извлеченного пригодного для оружия ядерного материала не превышает X , с дополнительными 18,5 кг ВОУ, включенными в полную сумму.

Таблица А1. Вероятность извлечения и соответствующие количества неконтролируемых пригодных для оружия ядерных материалов для различных обсуждаемых методов и уровней достоверности в 25%, 50%, и 75%.

	Вероятность извлечения (%)			Масса неконтролируемых пригодных для оружия ядерных материалов (кг)		
	25	50	75	25	50	75
Уровни достоверности	25	50	75	25	50	75
Распределение вероятности	11–16	18–24	26–34	70–110	120–160	200–300
Биномиальная	–	24	–	–	160	–
Исправленная биномиальная	–	15	20	150	220	–
Захват–повторный захват	14	20	–	–	160	220
Сводные		~20 (11–34)			~160(120–220)	
Гуд-Тьюринг					~230(100–430)	

Вероятность извлечения, оцененная по методу захвата и повторного захвата, описанного в разделе по методам захвата и повторного захвата, также относительно нечувствительна к дополнению новым событием 1998 года. Величина $N_{\text{от}}$ станет равной примерно 115, что соответствует вероятности извлечения около 19% (по сравнению с 20% в разделе по методам захвата и повторного захвата). Это приведет к тому, что на уровне достоверности в 75% будет менее 130 не захваченных позиций, или менее 220 кг неконтролируемых ядерных материалов, пригодных для оружия.

Большое количество пригодных для оружия ядерных материалов в челябинском инциденте (более, чем в три раза превышающего любую другую отдельную позицию в таблице 1) подчеркивает необходимость корректировки оценок масс, рассматривая возможность больших, но до сих пор не обнаруженных поставок. Мы повторяем анализ из раздела "Формула Гуда-Тьюринга" с этим добавленным случаем. На рисунке А2 показаны как простая экспоненциальная аппроксимация, так и экспоненциальная аппроксимация, скорректированная на не наблюдавшиеся массы. Простая экспоненциальная аппроксимация приводит к $\gamma_0 = 1,16$, из чего следует $P(m > 5 \text{ кг}) \approx 0,0022$, в то время как метод Гуда-Тьюринга дает $P(m > 5 \text{ кг}) \approx 0,136$ (не наблюдаемые интервалы не должны включать интервал от 18 до 19 кг, но это окажет довольно небольшое влияние, так что мы пренебрежем им). Скорректированный параметр равен $\gamma = 0,40$. Наблюдаемая средняя масса на позицию равна $38,5/22 = 1,75$ кг, тогда как экспоненциальная аппроксимация

теперь дает 2,5 кг. Таким образом, фактор коррекции теперь равен $2,5/1,75 = 1,43$, что меньше, чем в главном тексте (2,24).

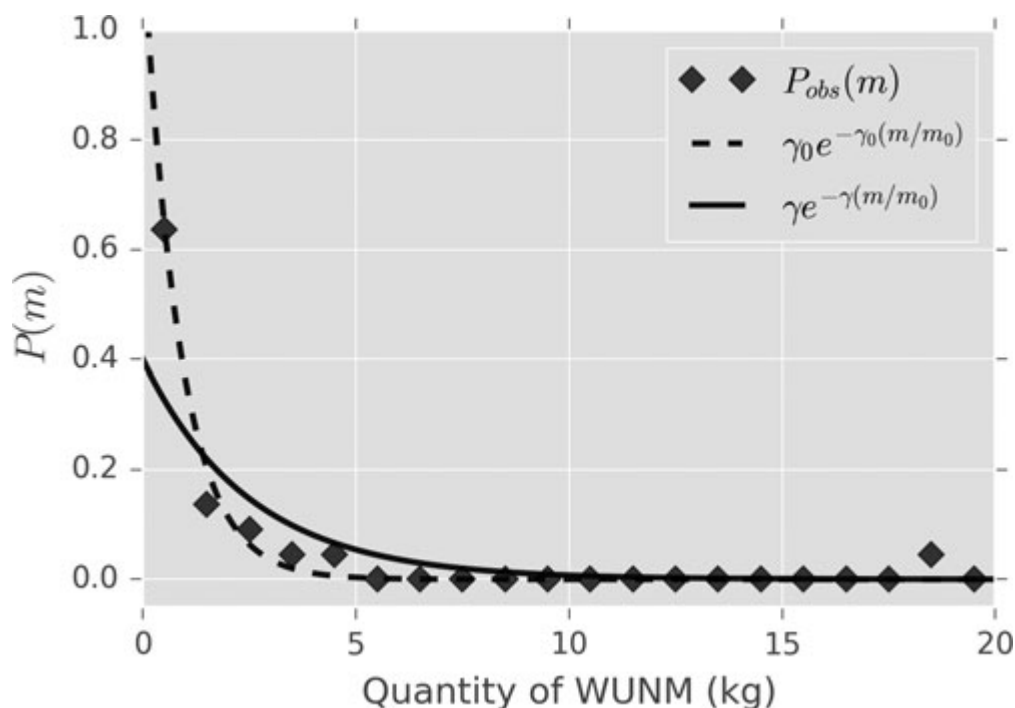


Рисунок А2. Предлагаемая функция плотности вероятности для перехваченного пригодного для оружия материала по массе. Ромбики представляют наблюдаемые относительные частоты, которые включают инцидент 1998 года, вовлекающий 18,5 кг ядерного материала, пригодного для оружия. Штриховая линия является простой экспоненциальной аппроксимацией ($\gamma_0 = 1,16$), а сплошная линия соответствует модифицированной экспоненте ($\gamma = 0,40$), скорректированной для возможности более тяжелых поставок, рассчитанной по формуле Гуда-Тьюринга.

В итоге, включение инцидента 1998 года, вовлекающего 18,5 кг ВОО, существенно не изменило оценки вероятности извлечения, но значительно увеличило оценки количества неконтролируемых ядерных материалов, пригодных для оружия. Оценки общего количества таких неконтролируемых материалов лежат в пределах от 70 до 300 кг, со средним значением около 160 кг; применение коррекции Гуда-Тьюринга еще более увеличивает эти значения для интервала от 100 до 430 кг при среднем значении 230 кг (таблица А1).

ПРИМЕЧАНИЯ И ССЫЛКИ

1. Здесь мы используем термин “черный рынок” для описания деятельности, включающей попытку незаконной продажи и приобретения ядерных или иных радиоактивных материалов, не обязательно подразумевающей существование хорошо развитых рынков и сетей распределения.
2. U.S. Department of Energy, “The United States Plutonium Balance, 1944-2009: An update of Plutonium: The First 50 Years, DOE/DP-0137, February 1996,” 2009, <http://fissilematerials.org/library/doe12.pdf>.
3. Возможная архитектура будущей всеобъемлющей международной системы учета обсуждается в N. Gallagher, J. Siegel, and J. Steinbruner, Comprehensive Nuclear Material Accounting, (University of Maryland, CISSM Monograph, 2014).
4. Конечно, это не будет единственно возможным подходом к проблеме. Одной из альтернатив может быть получение вывода экспертов, в которой экспертов по контрабанде ядерных материалов (или, более широко, черных рынков) попросят оценить вероятность конфискации или размер неконтролируемых запасов, на основании их личного опыта, знаний и суждений. Получение вывода экспертов использовалось для оценки множества трудно измеримых факторов, от влияния загрязнения воздуха и климатических изменений до устойчивости ядерных топливных циклов к распространению. Смотрите .

- Granger Morgan, "Use (and abuse) of expert elicitation in support of decision making for public policy" *Proceedings of the National Academy of Sciences* 111(2014): 7176-7184.
5. IAEA Incident and Trafficking Database, *Incidents of nuclear and other radioactive material out of regulatory control, 2016 Fact Sheet*, 2017, <https://www-ns.iaea.org/downloads/security/itdb-fact-sheet.pdf>.
 6. CNS Global Incidents and Trafficking Database, *CNS Global Incidents and Trafficking Database, 2016 Annual Report*, 2017, http://www.nti.org/media/documents/global_incidents_and_trafficking_2016.pdf.
 7. L. Zaitseva, *Nuclear Trafficking: 20 Years in Review*, Contribution to WFS Meeting, Erice (2010). L. Zaitseva, and F. Steinhausler, "Nuclear trafficking issues in the Black Sea region" *Non-Proliferation Papers* 39 (EU Non-Proliferation Consortium) 1-24 (2014).
 8. Предположение $f(t) = 1$ похоже на так называемый принцип Коперника (Gott, J. Richard. "Implications of the Copernican Principle for Our Future Prospects." *Nature* 363 (27 May 1993): 315-19. doi:10.1038/363315a0. Готт отметил, что если наблюдатель видит структуру, которая существовала в течение времени t , и если можно предположить, что t случайно распределено внутри общего временного интервала T существования структуры, то вероятность того, что наблюдение произошло в интервале от $T/3$ до $3T/4$ равна 0,5, и что вероятность того, что оставшееся время $(T - t)$ находится между $t/3$ и $3t$ также равна 0,5. Более высокие уровни достоверности могут быть получены при расширении интервала $(T - t)$. Наш подход аналогичен, с ключевым предположением того, что нет ничего особенного в отношении полного количества материала, извлеченного до сих пор. Более техническое обсуждение принципа Коперника приведено в статьях Gott, J. Richard. "Future prospects discussed." *Nature* 368(1994): 108-108, and Caves, Carlton M. "Predicting future duration from present age: A critical assessment." *Contemporary Physics* 41(2000): 143-153.
 9. По поводу объявленных конфискации смотрите The White House, *National Drug Control Strategy, Data Supplement 2016*, Table 80, (https://obamawhitehouse.archives.gov/sites/default/files/ondcp/policy-and-research/2016_ndcs_data_supplement_20170110.pdf). По поводу оценок потребления смотрите в B. Kilmer, S. Everingham, J. Caulkins, G. Midgette, R. Pacula, P. Reuter, R. Burns, B. Han, and R. Lundberg, *What American's Users Spend on Illegal Drugs: 2000-2010*, (RAND Corporation, 2014). Отметим, что интервалы в тексте не соответствуют хорошо определенным уровням достоверности. В данной работе отмечается: "Нижний и верхний пределы диапазона вносят некоторое ощущение неопределенности, а их значение весьма специфично, и может быть уязвимо для неправильного истолкования. Для кокаина, героина и метамфетамина они отражают только один источник неопределенности: 95% интервал достоверности, окружающий долю событий ареста взрослых мужчин, включающих положительный результат анализа. Для расходов и потребления марихуаны нижняя оценка основана на оценках Национального обзора потребления наркотиков (NSDUH) без поправки на отсутствие сообщений, а верхняя оценка превышает нижнюю оценку в два раза. Поскольку есть много источников неопределенности, читатели не должны рассматривать эти оценки как нижние или верхние пределы, или как 95% интервалы достоверности. Интервалы следует рассматривать как правдоподобные, но не как экстремальные."
 10. По поводу объявленных конфискации африканской слоновой кости смотрите Environmental Investigation Agency, *Large Scale Ivory Seizures, version 3, 2016* (https://eia-international.org/wp-content/uploads/EIA_Large-scale-ivory-seizures_V3-January-2000-to-December-2016.pdf). Для оценок полного количества слоновой кости от нелегального браконьерства смотрите Wittemyer, George, Joseph M. Northrup, Julian Blanc, Iain Douglas-Hamilton, Patrick Omondi, and Kenneth P. Burnham. "Illegal killing for ivory drives global decline in African elephants." *Proceedings of the National Academy of Sciences* 111(2014): 13117-13121. Эти авторы предполагают среднее количество слоновой кости в 6,7 кг на одного слона; приблизительно 80% интервал достоверности получается умножением межквартильного размаха на 1.9.
 11. Смотрите McDougal, Tophier L., David A. Shirk, Robert Muggah, and John H. Patterson. "The way of the gun: estimating firearms trafficking across the US-Mexico border." *Journal of Economic Geography* 15(2014): 297-327, Tophier McDougal, David A. Shirk, Robert Muggah, and John H. Patterson. "The Way of the Gun: Estimating Firearms Traffic Across the U.S.-Mexico Border" Igarape Institute and University of San Diego, March 2013. https://justiceinmexico.org/wp-content/uploads/2014/09/2013_WayoftheGun.pdf.
 12. Robert E. Spiel, *Art Theft and Forgery Investigation: The Complete Field Guide* (Springfield, IL: Charles C. Thomas, 2000).
 13. J. D. Foss, "Plutonium and Picasso: A Typology of Nuclear and Fine Art Smuggling." *Inter Agency Journal* 8(2017): 34-43.

14. Черноморский регион включает следующие 12 стран: Болгарию, Румынию, Украину, Молдову, Россию, Грузию, Армению, Азербайджан, Грецию, Сербию, Албанию и Турцию (L. Zaitseva, and F. Steinhausler, "Nuclear trafficking issues in the Black Sea region" (ссылка 8)). Отметим, что Турция, Греция, Болгария, Румыния, Македония и Сербия располагаются вдоль одного из наиболее активных маршрутов контрабанды наркотиков, товаров, и людей в Европу и из нее.
15. Смотрите рисунок 8 в L. Zaitseva, and F. Steinhausler, "Nuclear trafficking issues in the Black Sea region." (ссылка 7).
16. Более реалистичной моделью могла бы быть та, в которой сама N_{tot} была бы случайной переменной с распределением Пуассона. Такая модель была бы дважды стохастической (с параметрами распределения вероятности, которые, в свою очередь, сами являются случайными переменными), которые могли бы учесть наблюдаемую избыточную дисперсию (смотрите ниже). К сожалению, это приведет к недействительности простой формулы дисперсии, которая использовалась нами для оценки N_{tot} .
17. R. W. M. Wedderburn, "Quasi-likelihood functions, generalized linear models, and the Gauss-Newton method." *Biometrika* 61(1974): 439-447. J. Hinde, and C. Demetrio, "Overdispersion: Models and estimation." *Computational Statistics & Data Analysis* 27(1998):151-170.
18. Группирование данных не уникально и это вносит в процедуру элемент случайности. Для того, чтобы минимизировать его влияние, мы смоделировали 10 000 случайных группировок, рассчитали стандартные отклонения для каждой из них, и взяли медиану из этой выборки ($\sigma \approx 3.88$).
19. K.P. Burnham, D.R. Anderson, G.C. White, C. Brownie, and K.H. Pollock, "Design and Analysis Methods for Fish Survival Experiments Based on Release-Recapture." In American Fisheries Society Monograph No. 5, 1987, 252-254 (Bethesda, Maryland, USA).
20. Большинство конфискации пригодных для оружия ядерных материалов включали ВОУ, который слабо радиоактивен и излучает гамма-лучи малой энергии, от которых легче защититься. Поэтому ВОУ труднее обнаружить оборудованием с радиационными детекторами по сравнению с другими радиоактивными материалами. Мы не знаем, какая доля конфискации радиоактивных материалов или пригодных для оружия ядерных материалов была инициирована инструментальным обнаружением, но если инструментальное обнаружение инициировало бы большую часть конфискации радиоактивных материалов, то тогда частота конфискации радиоактивных материалов была бы намного выше, чем частота конфискации для пригодных для оружия ядерных материалов. Если это так, то оценки вероятности извлечения в данном разделе существенно недооценивали бы количество неконтролируемых пригодных для оружия ядерных материалов.
21. Аналогия неидеальна: помимо неявного предположения того, что "повторный захват" всегда возможен, здесь также игнорируются изменения в вероятности извлечения от первого до второго захвата, и так далее (из-за изменений в ненаблюдаемой популяции источника). Мы используем оригинальную формулировку проблемы повторного захвата, но мы ожидаем, что метод будет уточнен для решения этих вопросов.
22. Мы рассматриваем как событие повторного захвата инцидент 2001 года в Париже, с первоначальным захватом 1999 года в Роуссе, Болгария. Имеются другие потенциальные кандидаты: перехваты 2003, 2006, и 2009 годов в Грузии, и конфискации 1994 и 1995 годов в Чешской республике. Поскольку трудно быть уверенным в связи между этими случаями, мы делаем наиболее консервативное предположение одиночного повторного захвата. По поводу формулировки метода захвата и повторного захвата для редких событий смотрите A. Chao, "Estimating Population Size for Sparse Data in Capture-Recapture Experiments." *Biometrics* 45(1989),427-438.
23. При $f_1 = 19$ и $f_2 = 2$ (два события повторного захвата) метод дает $N_{tot} \approx 71$ и $\sigma(N_{tot}) \approx 38$. Это приводит к вероятности возврата около 30%, и на уровне достоверности 75% не будет захвачено менее 110 позиций, или менее 105 кг пригодных для оружия ядерных материалов останутся неконтролируемыми.
24. I. J. Good, "The Population Frequencies of Species and the Estimation of Population Parameters." *Biometrika* 40 (1953), 237-264.
25. Многие исследования по методу Гуда-Тьюринга были направлены на поиск согласованных и удобных способов эффективного перераспределения наблюдений. Смотрите, например, W. Gale, and G. Sampson, "Good-Turing Frequency Estimation Without Tears." *Journal of Quantitative Linguistics* 2(1995), 217-237.