

The Optimal Spatiotemporal Deployment of Radiation Portal Monitors
Can Improve Nuclear Detection at Overseas Ports
Lawrence M. Wein, Yifan Liu, Zheng Cao, and Stephen E. Flynn
Science and Global Security, 2007, Volume 15, pp. 211-233

ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЕ РАЗВЕРТЫВАНИЕ РАДИАЦИОННЫХ ВХОДНЫХ МОНИТОРОВ МОЖЕТ УЛУЧШИТЬ ЯДЕРНОЕ ДЕТЕКТИРОВАНИЕ В ЗАРУБЕЖНЫХ ПОРТАХ

Лоуренс М. Уейн, Джифан Лю, Жень Као и Стивен Е. Флинн

Радиационные входные мониторы начинают развертываться в зарубежных портах, чтобы избежать проникновения в США ядерного оружия в грузовых контейнерах. В современных схемах грузовики с контейнерами проходят через входной монитор на скорости примерно 16 км/час (10 миль/час) перед направлением на одну из нескольких полос на входе в порт для проверки водителя. При фиксированных затратах на проверку, содержащих затраты на радиационные входные мониторы и дополнительные рентгеновские и возможно, ручные проверки контейнеров, вызывающих радиационную тревогу, которая не может быть снята просвечиванием гамма-лучами, пределы нейтронного детектирования современных конструкций сравниваются с аналогичными показателями двух других схем, которые не влияют на загруженность грузовиками у входных ворот. Для широкого диапазона затрат оптимально иметь шесть мониторов на каждой полосе, которые одновременно проверяют грузовик, проходящий проверку документов у входных ворот. Рассмотренная схема устойчива по отношению к положению (внутри контейнера) оружия и снижает пределы обнаружения (относительно текущих конструкций) примерно в три раза (хотя точность этой величины ограничена отсутствием открытых доступных данных) для практических бюджетов, чего достаточно для преодоления экранировки плутониевого оружия, но не хватает для обнаружения уранового оружия.

Лоуренс М. Уейн работает в Аспирантуре по бизнесу, Стэнфордский университет, Стэнфорд, Калифорния, США, Джифан Лю работает в Университете Фэйрфакс, Вирджиния, США, Жень Као работает на Физическом факультете, Стэнфордский университет, Стэнфорд, Калифорния, США, Стивен Е. Флинн работает в Совете по международным отношениям, Нью Йорк, Нью Йорк, США.

Статья получена редакцией 13 сентября 2005 г. и принята к публикации 25 сентября 2007 г.

Исследования были поддержаны Центром социальных инноваций при аспирантуре по бизнесу Стэнфордского университета. Авторы благодарят Терри Гибсона из Международной корпорации по научным приложениям (SAIC) за предоставление информации о своем оборудовании для детектирования и об опытном проекте Ассоциации контейнерных операторов на причалах Гонконга (НКСТОА), а также благодарны рецензентам за комментарии, которые значительно улучшили статью. С 2003 г. по 2005 г. Стивен Флинн работал в SAIC консультантом для поддержки опытного проекта ICIS - разработки и развертывания объединенной системы инспекции контейнеров в Гонконге.

Почтовый адрес для корреспонденции: Lawrence M. Wein, Graduate School of Business, 518 Memorial Way, Stanford University, Stanford, CA 94305-5015, USA. E-mail: lwein@stanford.edu

ВВЕДЕНИЕ

Предотвращение провоза контрабандой ядерных материалов и ядерного оружия в морские порты США (или через них) было основным вопросом на президентских дебатах (2004 г.) в США и стало одним из высших приоритетов Министерства внутренней безопасности. Эта задача требует достаточно длительной проверки контейнеров в зарубежных портах, чтобы обнаружить делящиеся материалы, такие как высокообогащенный уран, но не создавая пробок в этих портах. Важным шагом к этой цели стал опытный демонстрационный проект Ассоциации контейнерных операторов на терминалах Гонконга (АКОТГ), который выпол-

няется на двух прибрежных контейнерных терминалах второго по занятости в мире порта. В проекте применяется объединенная система инспекции контейнеров (ОСИК) Международной корпорации по научным приложениям (МКНП), состоящая из трех элементов: ¹ исследовательский радиационный входной монитор (РВМ), измеряющий излучение нейтронов и гамма-лучей по мере того, как грузовик с контейнером продвигается через подъезд к входу, система отображения гамма-лучей VACIS, дающая двухмерную картину контейнера в надежде найти плотный материал, который может экранировать излучение, и система оптического распознавания знаков, которая записывает уникальный идентификационный номер, помещенный на каждом контейнере. Радиографический профиль и гамма-изображение записываются в компьютерный файл для последующего анализа и просмотра. Поскольку анализ человеком каждого скана требует примерно две минуты, в настоящее время нет возможностей выполнить также анализы полного сканирования на 100 %. Законные грузы создают много тревожных сигналов от гамма-лучей на РВМ ² и поэтому анализируются только сканирования, которые относятся к контейнерам, вызвавшим нейтронную тревогу. Хотя это не входит в проект АКОТГ, таможня США и служба защиты границ могут также просмотреть изображения от контейнеров, которые они определяют как подозрительные, используя свою автоматическую систему проверки (АСП). Это экспертная система, которая связывает информацию, представленную в грузовой декларации, с разведывательными и другими сведениями, указывающими, что контейнер представляет повышенный риск, будучи скомпрометированным криминалом или террористами. Если специалисты по анализу сканирования не могут сделать удовлетворительное заключение о том, что содержимое контейнера не представляет риска, они могут потребовать удаления контейнера с приморского терминала и отправки его в таможенную инспекцию, где он снова подвергнется сканированию и получению изображения с помощью гамма-лучей высокой энергии. В том случае, если и эти результаты окажутся неопределенными, последней возможностью для инспекторов останется открыть контейнер, чтобы физически удалить и исследовать его содержимое.

Проект АКОТГ успешно доказывает, что стопроцентное пассивное детектирование наряду со сканированием изображения может быть выполнено во втором по величине порту в мире без нарушения нормального движения грузовиков в направлении к приморским терминалам. Фактически, такой подход осуществлен в небольшом масштабе в шести зарубежных портах, обслуживающих 7 % входящих в США грузов.³ Впрочем, проект АКОТГ прямо не оценивает другое жизненно важное требование к успешно работающей системе: могут ли делящиеся материалы надежно быть обнаружены при помощи РВМ. Обычно считается, что РВМы обладают способностью обнаружить умеренно заэкранированный плутоний, но не могут заметить высокообогащенный уран.⁴ Недавно проведенное математическое исследование ⁵ наводит на мысль, что более длительные времена проверок с помощью РВМ смогут улучшить возможность детектирования высокообогащенного урана, но ценой выросших пробок. В этом исследовании такие идеи продвигаются дальше путем сравнения пространственных схем, использованных в опытном проекте АКОТГ с двумя другими схемами, которые не влияют на пробки у передних ворот, но более эффективно используют РВМ. В более общих словах задача заключается в том, чтобы определить стратегию развертывания РВМ, сводящую к минимуму пределы обнаружения, определенные здесь как уровни нейтронного излучения (в нейтронах/сек), при которых детектирование может быть достигнуто с вероятностью 0.95 в условиях фиксированного бюджета для РВМ и проверок в другом месте. Оптимальное развертывание содержит сложный компромисс между использованным временем и пространством. Временной аспект прямолинеен, поскольку отношение сигнал/шум увеличивается по мере возрастания времени проверки. Пространственный аспект исходит из фактов, что террорист может разместить оружие в любом месте контейнера длиной в 12 м, а количество нейтронов, сосчитанных РВМ, обратно пропорционально квадрату расстояния между оружием и РВМ. Неясно, предпочтительно ли иметь несколько РВМ, одновременно контролирующих один контейнер (в надежде, что один из РВМ находится близко к оружию) за определенный промежуток времени, или же иметь один РВМ для мониторинга контейнера, но при увеличении времени проверки.

МОДЕЛЬ

Математическая модель, сформулированная в Приложении, содержит модель очереди у переднего входа, модель детектирования нейтронного излучения и модель затрат.

Модель очереди

Модель очереди – это математическая модель ожидающих полос.⁶ В этой модели «клиенты» появляются случайно у группы «сотрудников», которые обеспечивают обслуживание клиентов обычно по одному (время обслуживания клиента также случайно) и по правилу «пришедший первым обслуживается первым».. Цель теории очереди в том, чтобы предсказать число пробок в системе (полное количество клиентов в системе) в установившихся условиях (то есть, после того, как стохастическая система работает в течении длительного времени) в терминах статистических характеристик процессов появления и обслуживания.

В модели очереди (Рис. 1а) грузовики играют роль клиентов. Они прибывают к терминалу согласно пуассоновскому процессу (то есть, время между последовательными прибытиями оказывается случайной экспоненциальной переменной) со скоростью 3.88/мин (все значения параметров модели оценены в Приложении и приведены в Табл. А1 Приложения) и попадают на одиночную очередь ожидания, которая ведет к $m = 4$ линиям у передних ворот терминала. Пуассоновский процесс прибытия справедлив, если каждый клиент прибывает независимо от другого⁸, что справедливо в нашем случае, если отвлечься от скопления на дорогах из-за светофоров на дорогах, ведущих прямо к терминалу. Имеется опыт применения модели очереди с пуассоновским прибытием к пунктам оплаты за проезд грузового транспорта.⁹ Чтобы избежать простоя сотрудников на полосах, не более $l = 2$ грузовиков с контейнерами разрешается иметь на каждой полосе, Если всего там имеется более $lm = 8$ грузовиков, остальные машины ожидают в общей накапливающейся очереди. На каждой линии работает один сотрудник, который проверяет документы водителя и показывает ему, где находится причал, на который тот должен доставить контейнер. Это время обслуживания также является случайным со средним значением 60 сек и с коэффициентом изменений (отношение стандартного отклонения к среднему), равным 0.5. Пусть Q равно установившемуся числу грузовиков в системе (в очереди и на обслуживании). Анализ, проведенный в разделе А Приложения, показывает, что величина Q может быть приближенно выражена как геометрическая случайная переменная со средним значением 24 грузовика, что соответствует 6 грузовикам на каждой из четырех полос. Такой уровень загрузки совпадает с наблюдениями в проекте АКОТГ. В самом деле, если отношение запроса к возможностям $3.88/4 = 0.97$ станет больше 1.00, то длина очереди заметно вырастет до непрактичного уровня⁶, а пока что у операторов терминала мало экономических побуждений для инвестиций в целях значительного увеличения возможностей (дополнительных полос), которые уменьшат очереди до пренебрежимо небольших уровней.

Модель РВМ

Из-за недостатка конкретных данных об измерении гамма-лучей на РВМ (многие законные грузы излучают значительное количество гамма-лучей)⁹ модель излучения и детектирования, определяющая вероятность обнаружения РВМ и вероятность появления ошибочного положительного результата (ПОПР), ограничена нейтронами. Излучение может поступать от трех источников: оружие, содержимое обычного контейнера, не имеющее оружия, и фон, существующий в отсутствие контейнера. Впрочем, поскольку 163000 испытаний в рабочих условиях на дорогах для грузовиков с контейнерами не выявили ни одной нейтронной тревоги⁷, нейтронным излучением содержимого контейнера, в котором нет оружия, пренебрегается, а рассматриваются только излучение от фона и от оружия.

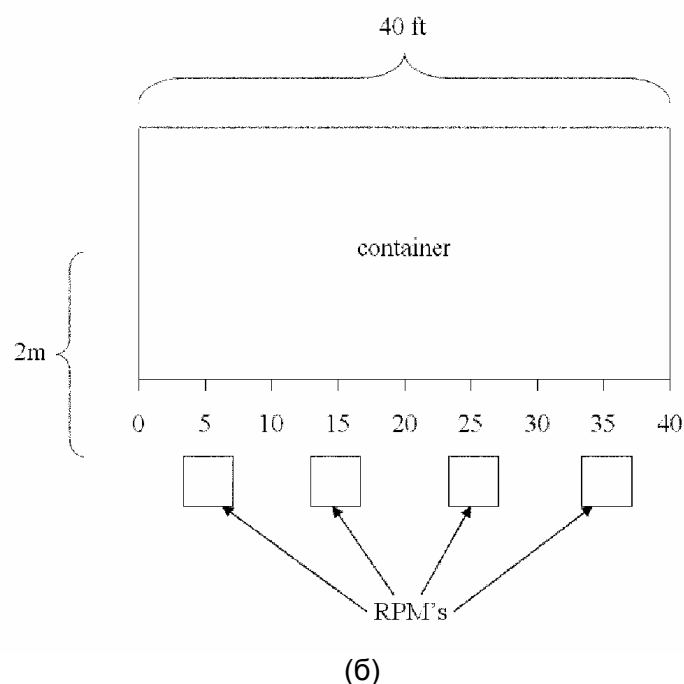
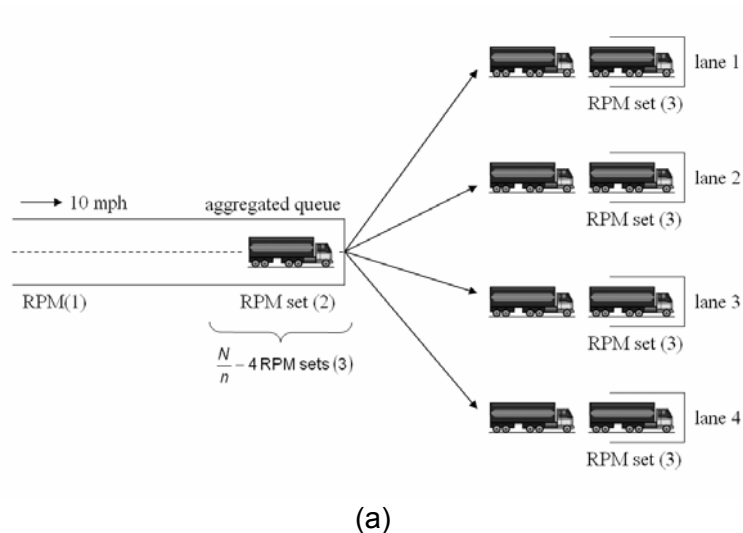


Рис. 1: (а) Три схемы пространственного размещения. Общая образующаяся очередь разводится по четырем полосам, причем на каждой хватает места для двух грузовиков с контейнерами, Числа в скобках означают номера схем, имеющих РВМ (или наборы РВМ) в конкретных местах. В схеме 1 имеется единственный РВМ вдалеке от передних ворот, В схеме 2 предусмотрен один набор, состоящий из n РВМ в начале образующейся очереди. В схеме 3 всего имеется N РВМ, которые состоят из n РВМ в начале каждой из четырех полос и набор из n РВМ в каждом из $(N/n - 4)$ участков образующейся очереди. Отдельные надписи на рисунке: 10 mph – 10 миль/час (16 км/час); aggregated queue – образующаяся очередь; RPM set – набор РВМ.

(б) n РВМ в наборе из схем 2 и 3 расположены так, что каждый из них наблюдает за участком длиной $12/n$ м (измеряемым вдоль длины двенадцатиметрового контейнера), причем каждый находится в центре этого участка, как показано для $n=4$. На рисунке полная длина контейнера приведена в футах (1 фут = 0.3 м).

Прежде всего рассказывается о нейтронном излучении, обнаруженном РВМ при проверке контейнера, свободного от ядерного оружия. В схемах размещения РВМ, разработанных позднее, грузовик иногда движется сквозь РВМ, а в другое время он остается внутри РВМ. Число измеренных нейтронов – это пуассоновская случайная переменная со средним значением $A\epsilon b(t^d + t^p)$, где $A = 0.3 \text{ м}^2$ – площадь нейтронного детектора 10, $\epsilon = 0.14$ – эффектив-

ность детектора, b – скорость фоновых отсчетов, t^d – время прохождения сквозь РВМ, а t^p – время неподвижного нахождения внутри РВМ. Чтобы учесть зависимость фоновой скорости счета от магнитной активности Солнца, магнитосферных бурь, времени суток изменений в окружающей среде, величина b считается случайной переменной. Конкретно, используя данные от большого числа контролируемых экспериментов⁷ и величину среднего нейтронного фона, равную 50 нейтрона/м².сек, величину b считают логнормальной случайной переменной (то есть, $\ln b$ – нормальная случайная переменная) с медианой 43.1 нейтронов/м².сек и коэффициентом разброса 1.73 (это подразумевает, что за 95 % времени скорость фоновых отсчетов находится в пределах от $43.1/1.73^2 = 14.4$ до $1.73^2 \times 43.1 = 129$ нейтронов/м².сек).

Следовательно, число нейтронов, обнаруженных в РВМ, фактически оказывается смесью распределений Пуассона¹¹ и его массовая функция вероятности дается в уравнении (3) Приложения. Предполагается, что для данного контейнера применяется та же самая реализация случайной переменной b , что и при испытаниях всех РВМ, поскольку фоновая скорость счета нейтронов вряд ли изменится заметно за типичное время пребывания контейнера в системе.

Для содержащего оружие контейнера скорость излучения нейтронов, зафиксированная РВМ, является пуассоновской случайной переменной со средним значением $A \varepsilon b (t^d + t^p) + W$, где W – скорость излучения нейтронов, вызванная оружием и зафиксированная РВМ. Как и для фонового члена, оружейный член W имеет два компонента, связанных с движением сквозь РВМ и неподвижным положением внутри РВМ. Если интенсивность нейтронного источника в оружии равна S (эту величину разрешают варьировать в модели), то член, связанный с неподвижным положением, равен $A \varepsilon S t^p / 4 \pi d^2$, где d – расстояние между РВМ и оружием¹⁰, которое (как объясняется позже) зависит как от положения оружия, так и пространственного распределения. Член, связанный с прохождением внутри РВМ, определен в уравнении (6) Приложения. Учитывается то, что расстояние между оружием и РВМ изменяется по мере прохождения грузовика мимо РВМ.

Три схемы

На Рис. 1а и 1б приведены три схемы развертывания РВМ. В первой схеме, реализованной в опытном проекте АКОТГ, РВМ размещается на расстоянии примерно 75 м от переднего входа, а грузовики проходят мимо него со скоростью около 16 км/час. Поскольку грузовики не останавливаются около РВМ в первой схеме, нет необходимости рассматривать развертывание набора РВМ для одновременного контроля над контейнером.

Напротив, во второй и третьей схемах предусмотрен комплект из n РВМ, которые одновременно ведут проверку в заданном месте очереди. Поскольку каждому РВМ требуется примерно 6 футов (1.8 м) пространства вдоль длины двенадцатиметрового контейнера, переменная n ограничена целочисленными значениями от 1 до 6. Итак, n РВМ, входящих в комплект, размещаются так, чтобы каждый контролировал интервал (измеряемый вдоль длины контейнера) длиной $12/n$ м и располагался по центру этого интервала (Рис. 1б).

Во второй схеме один комплект из n РВМ размещается в начале накапливающейся очереди. Если приезжающий грузовик увидит в системе менее 8 грузовиков, он проезжает через комплект РВМ со скоростью 16 км/час и сразу же попадает на одну из 4 полос. Если же подъехавший грузовик увидит 8 или более грузовиков в системе, тогда он находится в покое около комплекта РВМ примерно 15 сек (в среднем, грузовики в накапливающейся очереди передвигаются вперед на одно место каждые 15 сек, поскольку обслуживаются 4 грузовика (каждый из которых обслуживается в среднем 60 секунд)). Скорость грузовика при продвижении равна 8 км/час (так как он должен остановиться полностью около комплекта РВМ).

В третьей схеме всего имеется N РВМ, которые развернуты в виде N/n комплектов по n РВМ. Один комплект располагается в начале очереди на каждой из четырех полос, а оставшиеся $(N/n - 4)$ комплекта помещаются на передних $(N/n - 4)$ положениях накапливающейся очереди, где определяющие переменные N и n выбираются так, чтобы $(N/n - 4)$ оказалось целым и неотрицательным числом. Прибывающие грузовики движутся со скоростью 16 км/час до тех пор, пока ни не достигнут конца очереди. Как и во второй схеме, если в системе находится меньше 8 грузовиков, прибывающий грузовик проедет сквозь все РВМ, находящиеся на месте, которое отведено для очереди, со скоростью 16 км/час и затем без за-

держки попадет на одну из четырех полос, где он остановится около комплекта РВМ на полосе в течение 60 сек и будет двигаться мимо него со скоростью 8 км/час В другом предельном случае, когда в очереди находится больше, чем $(N/n + 4)$ грузовиков: 8 грузовиков на четырех полосах и $(N/n - 4)$ – в очереди, то грузовик поначалу будет ожидать в той части очереди, где нет РВМ, а затем начнет проезжать мимо $(N/n - 4)$ комплектов РВМ со скоростью 8 км/час, после чего остановится на 15 сек и, наконец, прибудет на 60 сек к комплекту РВМ (а затем продвинется мимо него со скоростью 8 км/час) в конце одной из четырех полос. В промежуточном случае (который точно определен в Приложении), когда длина очереди перед прибывшей машиной будет составлять величину, находящуюся между 8 и $(N/n + 4)$ грузовиками, прибывшая машина проедет мимо части комплектов РВМ в очереди со скоростью 16 км/час без остановки, а затем мимо оставшейся части РВМ со скоростью 8 км/час, после чего простоит 15 сек до заезда на одну из четырех полос, где он простоит 60 сек, а в конце проедет мимо РВМ со скоростью 8 км/час.

Положение оружия

В течение времени, когда контейнер стоит около комплекта РВМ, расстояние между оружием и РВМ зависит от положений (измеренных вдоль двенадцатиметровой длины контейнера) оружия и РВМ, а также от минимального расстояния (принятого равным 2 м)⁷ между оружием и РВМ, когда грузовик проезжает мимо РВМ (Рис.1б). Сделаны два упрощающих допущения относительно расстояния между оружием и РВМ. Прежде всего, предполагается, что оружие и датчик РВМ имеют одну и ту же высоту, так что можно обойтись двухмерной моделью. Во-вторых, оружие расположено по середине ширины контейнера (Рис. 1 б).. С учетом того, что при зависимости вида d^{-2} , а именно так зависит измеряемое излучение от расстояния до источника¹⁰, функция имеет минимум, когда производится суммирование от двух источников, при равенстве расстояний до источников. С точки зрения террориста (избежать обнаружения), действительно, оптимально разместить оружие на середине ширины контейнера. Поэтому, хотя на Рис 1б датчики показаны только с одной стороны контейнера, можно рассматривать модель как суммирование излучения с обеих сторон РВМ.

Предполагается, что положение оружия является случайной переменной, однородно покрывающей все 12 м длины. Затем выбором переменных величин схемы производится минимизация среднего предела детектирования, где учитываются ожидания по поводу этой однородной случайной переменной. Чтобы оценить прочность второй и третьей схемы, также подсчитаны пределы детектирования, когда оружие помещено как можно ближе (наилучший случай) или как можно дальше (наихудший случай) от ближайшей РВМ. В наилучшем случае оружие расположено таким образом, что, когда грузовик остановился в нужном месте, оружие и один из РВМ идеально выравнены по длине и расстояние между ними равно 2 м. В наихудшем случае, оружие расположено так, что, когда грузовик остановился, расстояние по длине между оружием и ближайшим РВМ оказывается максимальным и равным $6/n$ м, а полное расстояние между оружием и ближайшим РВМ равно $[4 + (6/n)^2]^{1/2}$ м.

Уровни порога РВМ

В первой схеме возникает случайное показание (назовем его X , если оно связано с наблюдением за контейнером, не содержащим оружия, и Y , если контейнер содержит оружие), когда грузовик проезжает мимо РВМ. Если \bar{n} означает уровень нейтронного порога выше которого возникает сигнал тревоги, то вероятность детектирования для данного источника S равна $d(S)=P(Y>\bar{n})$ Уровень детектирования определяется интенсивностью источника S , при которой вероятность детектирования $d(S)$ равна 0.95. Вероятность ошибочного положительного сигнала равна $P(X>\bar{n})$.

Не столь прямолинейно можно решить, когда возникает тревога во второй и третьей схемах, по двум причинам.- имеются неоднократные считывания показаний, а полное время наблюдения (как при проезде, так и при остановке грузовика) зависит от количества грузовиков в системе в момент прибытия данного грузовика. Чтобы справиться с такой сложностью, требуется все же воспользоваться одним порогом, основанным на многократных измерениях излучения. Но поскольку длина очереди при прибытии наблюдаема, такой порог может принимать разные значения в зависимости от длины очереди Q ; в частности, пороговое значе-

ние при $Q=k$ обозначается \tilde{n}_k .

Для второй схемы показания детекторов излучения снимаются с каждого из n РВМ в комплекте (введем случайные переменные X_j и Y_j для $j=1, \dots, n$), причем один из РВМ будет находиться ближе всего к оружию. Следовательно, опять будет использоваться один порог (но теперь он может иметь различные значения для каждой величины длины очереди Q , которые основаны на $\max X_j$ ($j=1, \dots, n$) и $\max Y_j$ ($j=1, \dots, n$) таким образом, чтобы вероятность детектирования и вероятность ошибочного положительного сигнала при $Q=k$ были равны $P(\max Y_j > \tilde{n}) P(\max X_j > \tilde{n}$, где $j=1, \dots, n$). Обратите внимание, что время проверки во второй схеме зависит только от того, будет ли $Q \leq 7$ или $Q \geq 8$, так как требуются только два разных значения для порога B в каждом из этих двух случаев (то есть, $Q \geq 7$ и $Q \geq 8$) вычисленный порог детектирования оказывается членом источника, дающим вероятность детектирования 0.95, а затем находится средний предел детектирования, который оказывается вероятностью при $Q \leq 7$, умноженной на порог детектирования при $Q \leq 7$, плюс вероятность того, что $Q \geq 8$, умноженная на порог детектирования при $Q \geq 8$. Аналогично, полная вероятность ошибочного положительного сигнала (ВОПС) равна вероятности того, что $Q \leq 7$, умноженной на ВОПС при $Q \leq 7$, плюс вероятность того, что $Q \geq 8$, умноженная на ВОПС при $Q \geq 8$.

В третьей схеме показания счета интенсивности снимаются с j -го РВМ, который находится в i -ом комплекте для $j=1, \dots, n$ и $i=1, \dots, n$ (то есть, комплект на полосе плюс $(N/n - 4)$ комплектов в накапливающейся очереди). Пусть число отсчетов для свободного от оружия контейнера и контейнера с оружием в этих РВМ являются случайными переменными X_{ij} и Y_{ij} , соответственно. Поскольку оружие неподвижно в течение своего временного пребывания в проверяющей системе, для всех комплектов оружие будет ближе всего к одному из положений внутри комплекта (то есть для некоторого значения $j=1, \dots, n$, назовем его j^*). Можно ожидать (игнорируя статистическую переменчивость), что $Y_{ij^*} > Y_{ij}$ для всех $j \neq j^*$ и для каждого $i=1, \dots, N/n - 3$. Значит, показания детекторов суммируются по i (то есть, по разным комплектам) для каждого конкретного положения РВМ в комплекте, а затем находится максимум по положению (скорее всего он окажется в положении j^*) Таким образом, снова применяется один порог (который меняется в зависимости от длины очереди Q), но основанный на $\max_{j=1, \dots, n} \sum X_j$ и $\max_{j=1, \dots, n} \sum Y_j$, где суммирование идет от $i=1$ до $i=N/n - 3$, так что вероятность детектирования и ВОПС при $Q=k$ равны $P(\max_{j=1, \dots, n} \sum Y_j > \tilde{n}_k)$ и $P(\max_{j=1, \dots, n} \sum X_j > \tilde{n}_k)$. Средний предел детектирования и полная ВОПС вычисляются с учетом ожидаемости этих величин в связи с массовой функцией распределения длины очереди Q .

Для третьей схемы, поскольку время проверки принимает одно значение для $Q \leq 7$ другое для $Q \geq N/n + 3$ (в этом случае грузчик останавливается около каждого комплекта РВМ в создающейся очереди), пороги выбираются так, чтобы они принимали одно значение при $k \leq 7$ и другое при $k \geq N/n + 3$. Для облегчения расчетов в третьей схеме (при $k=8, \dots, N/n + 2$) порог \tilde{n}_k устанавливается таким, чтобы соответствующая ВОПС, когда длина очереди равна k (существует полное соответствие между порогом \tilde{n}_k и ВОПС, когда длина очереди равна k при любых значениях N и n), являлась линейной интерполяцией между значениями ВОПС для $k=7$ и $k=N/n + 3$.

Затраты

При подсчете расходов на проверку предполагается, что анализируются только те сканы, полученные системой VACIS, которые связаны с провалами пассивных проверок, а также с долей $u = 0.05$ вызвавших недоверие контейнеров, отмеченных автоматической системой проверки (АСП)¹², которая более аккуратно отбирает примеры, как эта система проверки могла бы использоваться таможенной службой США и службой охраны границы. Предполагается, что проверка системой VACIS даст правильный диагноз в случае ошибочных положительных сигналов или вызывающих недоверие контейнеров с вероятностью $p_v = 0.95$, а доле $(1 - p_v)$ контейнеров, прошедших анализ на сканирование, придется провести дальнейшую проверку в другом месте.

Ожидаемые ежегодные затраты имеют два компонента – усредненная по времени цена каждого входного монитора и затраты на внешние проверки. Цена сканирующего анализа, занимающего всего две минуты, игнорируется, потому что основную роль играют затраты на проверку в другом месте, которые могут занять несколько часов. Каждый РВМ стоит 100000 долларов и эта цена распределяется на пять лет⁵, так что ежегодные затраты на один

РВМ составят $c_p = 20000$ долларов. Предполагается, что один и тот же объем работы потребуются для того, чтобы организовать работу РВМов для всех трех схем: один сотрудник может понадобиться для руководства движением и еще один – для слежения за тревожными сигналами при проверке.

Для подсчета средних затрат на проверку в другом месте считается (из-за недостатка информации), что гамма-лучи обеспечивают окончательные результаты для $p_x = 0.5$ контейнеров, прошедших сканирование, а другие должны быть открыты вручную. Современная оплата для импортеров за проверку в другом месте предусмотрена в проекте АКОТГ в размере 200-300 долларов, если только нужны гамма-лучи высокой энергии, и 1500 - 2000 долларов, когда контейнер нуждается в разгрузке. Затраты на рентген принимаются равными $c_x = 250$ долларов, а дополнительные расходы на ручную проверку равны $c_m = 1500$ долларов. Поэтому средние расходы на испытание в другом месте в расчете на контейнер, проходящий анализ на сканирование, $c_o = (1-p_v)[c_x + (1-p_x)c_m] = 50$ долларов.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Каждая схема характеризуется зависимостью среднего предела детектирования от затрат в предположении, что положение оружия равномерно распределено по 12-метровой длине контейнера. Уровень нейтронного порога \bar{n} варьируется, чтобы получить эту зависимость для первой схемы, которая сейчас осуществлена.

Для каждого фиксированного значения затрат величины размера комплекта детекторов n и порогов \bar{n}_k для второй схемы или величины N , n и \bar{n}_k для третьей схемы выбирались так, чтобы свести к минимуму средний порог обнаружения, влияющий на ограничение ежегодных расходов. После решения этих проблем оптимизации различные значения затрат и предела детектирования в зависимости от графика затрат получаются для второй и третьей схем. Для оптимальных вариантов второй и третьей схем графики зависимости порога детектирования от затрат также подсчитаны для случаев, когда оружие находится в наилучшем и наихудшем положении.

До сравнения схем на Рис. 2 (ось X) приведены перспективы ежегодных значений бюджета. Ежегодные расходы с единственным РВМ, выраженные в миллионах долларов (М) составляют 5.12 М, 5.22 М и 6.09 М, если степень ошибочных положительных сигналов составит 0, 10-3 и 10-2, соответственно. Таким образом, фиксированные ежегодные расходы на проверку ненадежных контейнеров, отмеченных АСП, равны приблизительно 5.1 М и ежегодные расходы при развертывании одного РВМ лежат, как правило, в диапазоне 5.2 М – 6.1 М.

Как показано на Рис. 2, вторая схема оказывается наилучшей из всех трех для годовых бюджетов менее 5.4 М, а третья схема оказывается наилучшей для бюджетов выше 5.4 М; негладкое поведение графика для первой схемы на Рис. 2б связано с тем, что уровни нейтронного порога принимают дискретные значения, которые значительно ниже значений, типичных для второй и третьей схем. Для ежегодных бюджетов в интервале 5.6 М – 10 М предел детектирования для третьей схемы примерно в три раза меньше предела, достигнутого первой схемой. Наблюдаются уменьшающиеся незначительные компенсации с ростом инвестиций для всех трех схем. Так, для третьей схемы порог обнаружения может быть снижен от 100 к до 20 к нейтронов/сек при увеличении годового бюджета с 5.2 М до 5.4 М и от 20 к до 11 к при возрастании бюджета с 6 М до 10 М, но потребуются расходы свыше 30 М/год для снижения порога обнаружения до 3 к нейтронов/сек.

Скорости излучения ядерных боеголовок бывшего СССР, изготовленных из плутония и урана, составляли 400 к нейтронов/сек и 30 нейтронов/сек, соответственно.¹⁰ Следовательно, Рис. 2 подсказывает, что все три схемы смогут обнаружить умеренно экранированный плутоний, но не смогут найти высокообогащенный уран, что находится в согласии с текущими представлениями.⁴ Иными словами, использование третьей схемы вместо первой и/или повышение годового бюджета с 5.5 М до 10 М позволит обойти умеренное экранирование плутониевого оружия.

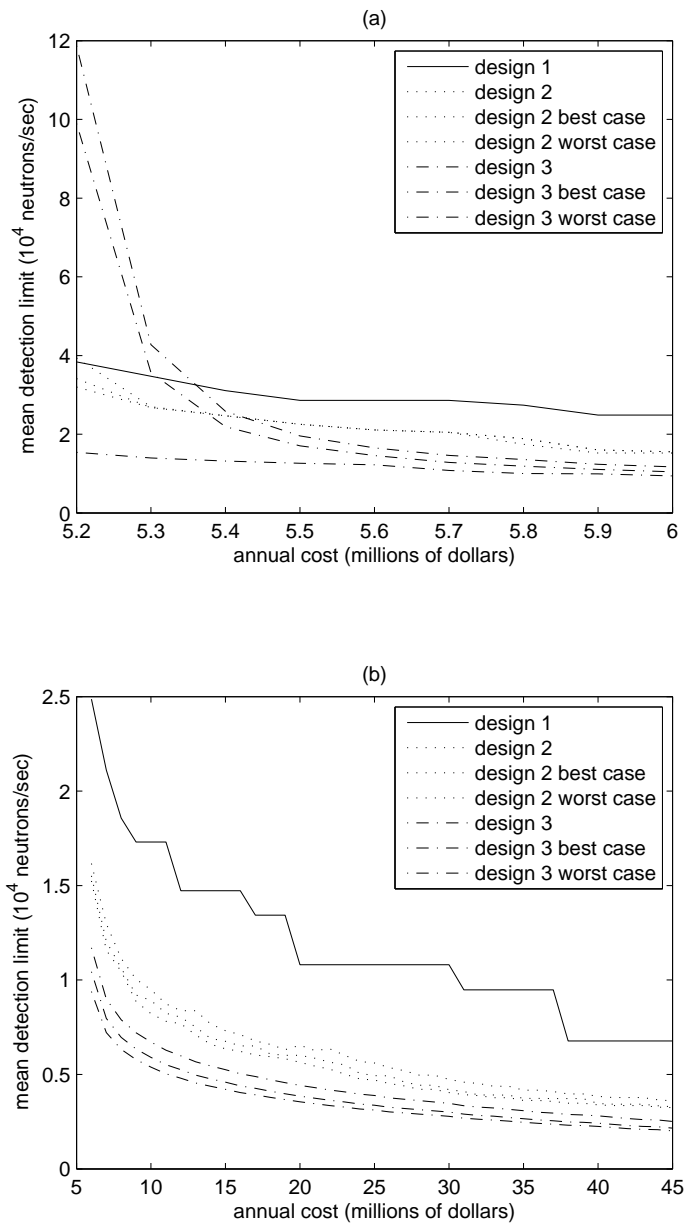


Рис. 2: График зависимости среднего предела детектирования от ежегодных расходов для трех схем. Представлены также наилучшие и наихудшие пределы детектирования для оптимальных вариантов второй и третьей схем. Предел детектирования – это интенсивность источника, для которой вероятность обнаружения равна 0.95. Годовой бюджет на Рис. 2а в пределах 5.2 М – 6 М, на Рис.2б – в пределах 6 М – 45 М. По оси Y отложен средний предел детектирования в единицах 10^4 нейтронов/сек. В правом верхнем углу рисунков даны пояснения:

- первая схема
- вторая схема
- вторая схема, наилучший случай
- вторая схема, наихудший случай
- третья схема
- третья схема, наилучший случай
- третья схема, наихудший случай

Для второй и третьей схем (за исключением очень малых бюджетов, например, менее 5.9 М/год) оптимально иметь максимальный размер комплекта из 6 РВМ ($n = 6$). Значит, более важно использовать максимальный комплект из 6 РВМ вблизи оружия, нежели увеличивать время проверки. Использование шести РВМ в комплекте создает систему детектирования, которая прочна к положению оружия, на что указывает тесное сближение наилучшего и наихудшего пределов детектирования, как для второй, так и для третьей схем, когда бюджет превышает 5.6 М (а оптимальный размер комплекта равен пяти РВМ). Напротив, бюджеты в 5.2 М, 5.3 М, 5.4 М и 5.5 М для третьей схемы могут только позволить комплекты РВМ с $n = 1, 2, 3$ и 4, соответственно, и наихудший (следовательно, и средний) предел детектирования заметно ухудшается.

Более того, для третьей схемы как раз оптимально развернуть четыре комплекта РВМ ($N/n = 4$), по одному на каждой полосе и ни одного у собирающейся очереди. Интуиция в связи с таким неочевидным решением (обратите внимание, что условия $n = 6$ и $N/n = 4$ верны только для конкретного набора значений параметров, рассмотренных здесь) подсказывает, что грузовики проверяются РВМ в течении 60 сек на полосах с вероятностью 1,0, но в собирающейся очереди они проходят проверку за 15 сек только в том случае, когда очередь достаточно велика (по крайней мере, 8) и поэтому будет оптимальным потратить дополнительные деньги на понижение предела детектирования, чем на увеличение числа РВМ. Во второй схеме пороги выбраны так, чтобы вероятность ошибочного положительного сигнала при длинной или короткой очереди почти не изменялась. В оптимальном варианте третьей схемы ($N/n = 4$) имеется только один уровень порога и вероятность ошибочного сигнала не зависит от длины очереди. Если в модель ввести условие $N/n > 4$, вероятность ошибочного положительного сигнала меняется с размером очереди менее, чем на 0.02.

ОБСУЖДЕНИЯ

Существующая схема имеет два дефекта: время проверки контейнера составляет всего 3 сек, и РВМ простаивает большую часть времени. Внешняя проверка в другом месте оказывается решающим фактором для затрат, и отношение сигнал/шум возрастает с временем проверки, а это наводит на мысль о том, что более длинное время проверки при помощи РВМ улучшит характеристики системы, если только не приведет к усилению скопления грузовиков. Сигнал также обратно пропорционален квадрату расстояния между оружием и датчиком, а это подсказывает, что увеличение количества датчиков на каждый грузовик увеличит устойчивость системы детектирования к положению оружия внутри контейнера. Результаты подтверждают эти гипотезы и определяют (на основе третьей схемы) оптимальное сочетание пространственного и временного использования для нейтронной проверки при помощи РВМ. Результаты имеют отношение только к нейтронному излучению. Спектроскопические входные гамма-мониторы, способные отличить делящиеся материалы от других неопасных грузов, обладающих радиоактивностью, пока что находятся в разработке⁴, но использованная здесь методика может быть приложена к улучшению развертывания таких входных мониторов в будущем.

Впрочем, имеются различные предостережения. Прежде всего, чувствительность и другие использованные данные относятся к концу 90-х годов прошлого века⁷ и могут не дать представления относительно применяемого сейчас оборудования, детальные характеристики которых являются патентной тайной. Более того, площадь детектора А, взятая из работы¹⁰, по-видимому меньше той, что использовалась для РВМ, у которого датчики расположены с обеих сторон. Это не дает возможности непосредственно использовать Рис. 2 правительству США или ядерному контрабандисту и предполагает, что читателю следует обратить внимание на относительные характеристики схем, а не на абсолютные. Упомянутые в работе⁷ эксперименты проводились в течение нескольких месяцев (в мае-сентябре 1998 г. и весной 1999 г.), так что было достаточно времени для внесения изменений в среднюю скорость фоновых отсчетов. Хотя опубликованные данные достаточны для калибровки (то есть, оценки параметров) модели, они недостаточны для текущего определения формы модели радиационного датчика (смотрите раздел В Приложения). Действительно, некоторые из этих конструкций также были оценены на основе модели радиационного датчика (раздел А Приложения работы⁵), что привело к более значительному улучшению характеристик (например, к более крупному уменьшению предела детектирования для первой схемы), чем пока-

зано на Рис. 2 (но данные не приведены). Хотя применявшаяся в этой статье модель детектирования смотрится более совершенной, чем модель, о которой говорится в статье ⁵, (в этой модели использовалась смесь образцов, и поэтому детектируемое количество нейтронов оказалось непрерывной случайной переменной, которая случайно принимает отрицательные значения), трудно придать много доверия количественным результатам, сообщенным там, пока не будет утверждена форма модели. Впрочем, благодаря патентному характеру данных в этой области исследований, достаточные данные для калибровки модели могут никогда не оказаться публично доступными.

Тем не менее, качественная природа результатов все еще сохраняется, и третья схема может предложить, по крайней мере, умеренное улучшение по сравнению с первой схемой. Относительная характеристика первой схемы по сравнению с третьей очень мало чувствительна к среднему времени обслуживания у передних ворот (Рис. 3а). Более того, первая схема и оптимальный ($N/n = 4$) вариант третьей схемы не зависят от длины очереди и поэтому от степени загруженности. Другой ключевой фактор, диктующий относительное количество возможных улучшений, - это средняя цена внешней проверки контейнера, подвергающегося анализу сканирования (c_o), деленная на цену РВМ (c_p). Существует значительная неопределенность величине c_o из-за того, что нет документированной информации о доле контейнеров, которые получили диагноз VACIS или гамма-лучей большой энергии, а цены внешней проверки могут меняться в зависимости от терминала или не совпадать с ценами, выставленными импортеру.

Тем не менее, Рис. 3б показывает, что разница в характеристиках между первой и третьей схемами практически не зависит от c_o в практических пределах (хотя, как и ожидалось, по мере роста c_o с фиксированным бюджетом порог детектирования также растет для обеих схем), и, следовательно, тоже нечувствительна к цене РВМ. Наконец, хотя в центре внимания остается загруженность транспорта у входных ворот, чем больше поступает ложных, положительных сигналов, тем больше нарушений планов загрузки кораблей. Вторая и третья схемы имеют меньше ложных, положительных сигналов на данный объем затрат, и поэтому для заданных затрат вторая и третья схемы действительно менее разрушительны, то есть, меньше контейнеров пропускают свое запланированное путешествие, чем для первой схемы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Обнаружение высокообогащенного урана и плутония в портах – это одна из самых важных и сложных проблем для безопасности США. Используемая модель активного пространственно-временного развертывания РВМ с комплектами из 6 РВМ на каждой полосе для грузовиков для одновременного контроля над грузовиками, когда они ожидают обработки у переднего входа, обещает сокращение (примерно втрое, хотя точность этой величины трудно оценить) предела обнаружения нейтронов. Такое уменьшение недостаточно для обнаружения высокообогащенного урана, но должно преодолеть некоторое экранирование во круг плутониевого оружия. Если такое усовершенствование вынудит контрабандистов увеличить экранировку, тогда детектирование при помощи радиографического сканирования даст более высокий результат, если проанализировать результаты сканирования. Поскольку о развертывании РВМ много говорится, таким планам следует уделить серьезное внимание. Геометрия всего подхода (контейнер размером 12 м x 2.4 м x 2.4 м, РВМы, находящиеся на расстоянии 2 м от центральной линии контейнера в максимальном количестве шести и уставленные вдоль длины контейнера, как указано на Рис.1б) приводит к мысли, что лучшая возможность для дальнейших улучшений (кроме тех, которые исследуются в этой статье) использования пространственных проблемы является проектирование РВМ таким образом, чтобы датчики на обеих сторонах могли находиться напротив сторон контейнера во время испытаний на месте. Такое улучшение примерно удвоит число отсчетов детектора, потому что обратный квадрат расстояния изменится от 0.25 м^2 до 0.6 м^2 .

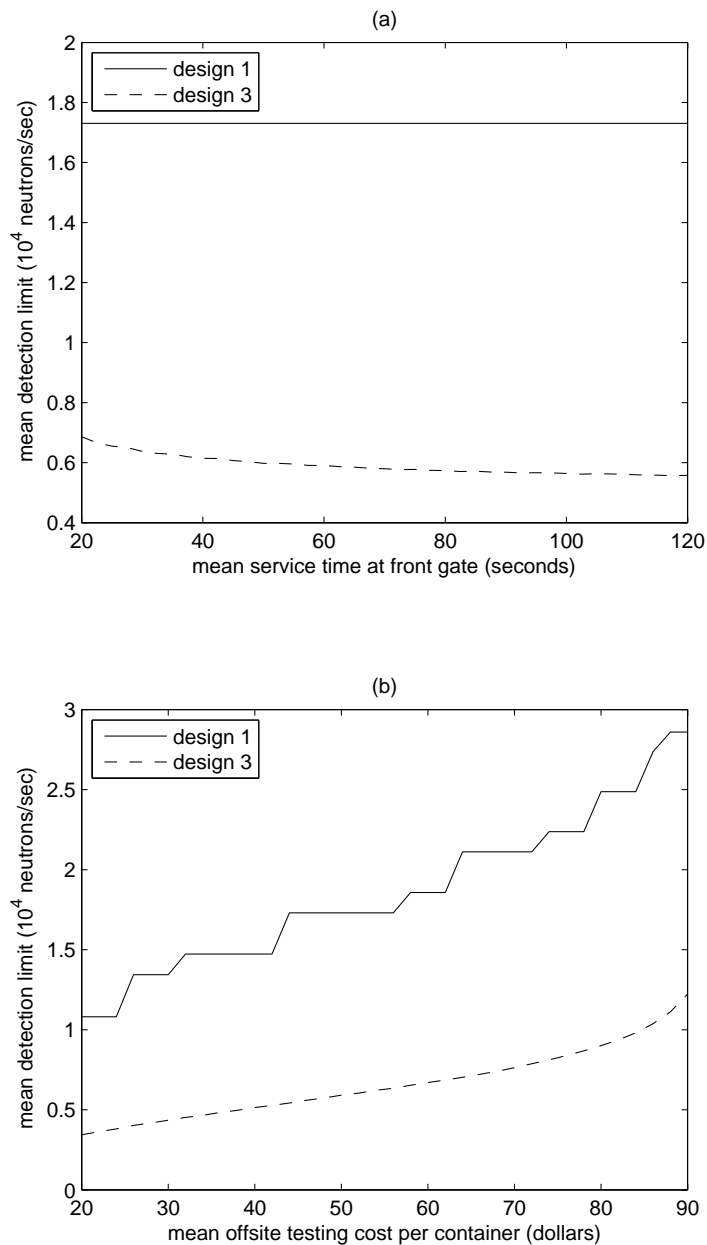


Рис. 3: Анализ чувствительности. **(а)** Средний предел детектирования для первой и третьей схем при фиксированных затратах 10 М/год в зависимости от среднего времени обслуживания у передних ворот (μ^{-1}), имеющего базовое значение 60 сек. **(б)** Средние затраты на внешнюю проверку в расчете на контейнер, подвергающийся анализу сканирования (), имеющие базовую величину 50 долларов. По оси Y отложен средний предел детектирования (в единицах 10^4 нейтронов/сек. В левом верхнем углу приведены пояснения:
 первая схема
 третья схема

ПРИМЕЧАНИЯ И ССЫЛКИ

1. SAIC, Integrated Container Inspection System brochure, Scientific Application International Corporation, San Diego, CA (2004).
2. B. Rooney, Detecting nuclear weapons and radiological materials: How effective is available technology? Testimony before the House Committee on Homeland Security, June 21, 2005.
3. E. Lipton, "U.S. to Expand Cargo Scans to Detect Nuclear Materials," *New York Times*, December 8, 2006, A20.
4. D. Huizenga, Detecting nuclear weapons and radiological materials. How effective is available technology? Testimony before the House Committee on Homeland Security, June 21, 2005.
5. L. M. Wein, A. H. Wilkins, M. Baveja, and S. E. Flinn, Preventing the importation of illicit nuclear materials in shipping containers, *Risk Analysis* 26 (2006): 1377-1393.
6. D. Gross and C. M. Harris, *Fundamentals of Queueing Theory*, 2nd Edition (New York: John Wiley and Sons, 1985).
7. P. Beck Illicit Trafficking Radiation Detection Assessment Program, Paper OEFZS-G-0005, Austrian Research Centers, Seibersdorf (2000). http://www.tsasystems.com/library_reports/itrapfinreport.pdf, October 29, 2007.
8. E. Cinlar, "Superposition of Point Processes," In *Stochastic Point Processes: Statistical Analysis, Theory and Application*, ed. P. A. W. Lewis (New York: Wiley, 1972), 549-606.
9. L. C. Edie. "Traffic Delays at Toll Booths," *J. Operations Research Soc. America* 2, (1954): 107-138.
10. С. Феттер, В. А. Фролов, М. Миллер, Р. Мозли, О. Ф. Прилуцкий, С. Н. Родионов и Р. З. Сагдеев, «Обнаружение ядерных боеголовок», *Наука и всеобщая безопасность* 1 (3) (1990): 3-21.
11. D. M. Titterington, A. F. M. Smith, and U. E. Makov, *Statistical Analysis of Finite Mixture Distributions* (New York: John Wiley & Sons, 1985).
12. Press Office, U.S. Customs and Border Protection. Fact Sheet: Cargo Container Security – U.S. Customs and Border Protection Reality. October 2004 Accessed at http://www.cbb.gov/linkhandler/cgov/newsroom/fact_sheets/port_security/5percent_myth.ctt/5percent.myth.doc, August 16, 2005.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Это приложение содержит математическую модель, создавшую результаты, которые были представлены в основном тексте. Модель очередей представлена в разделе А, модель детектирования при помощи РВМ – в разделе В, полные затраты приведены в разделе С, а графики, связывающие пределы детектирования и стоимость, построены в разделе D. Параметры модели и их значения приводятся в Табл. А1.

А. Очереди

В этой модели грузовики прибывают на терминал согласно пуассоновскому процессу со скоростью λ и попадают в очередь, которая расширяется на $m = 4$ полосы у переднего входа на терминал. Чтобы избежать простоя сотрудников на этих полосах, разрешается находиться на них до $l = 2$ грузовиков с контейнерами, а если полное количество lm превысит 8, тогда дополнительные грузовики образуют очередь. На каждой полосе работает сотрудник-оператор, срок обслуживания им является случайной величиной со средним значением $\mu^{-1} = 60$ сек и с коэффициентом вариаций (стандартное отклонение, деленное на среднюю величину) $c_s = 0.5$. Хотя нет доступных данных о переменнойности времени обслуживания, эти времена, похоже, обладают меньшей переменнойностью, чем экспоненциальная случайная переменная, у которой стандартное отклонение равно среднему из-за однородности и простоты вовлеченных задач. Интенсивность движения определяется выражением $\rho = \lambda / m\mu$, которое оказывается частью длинного периода времени, когда каждый оператор занят. Пусть Q представляет собой установившееся число грузовиков системе (в очереди и на обслуживании). Приближение сильного движения (например, уравнение 2.13 в работе ¹), которое оказывается разумно корректным для умеренных m и ρ , близких (но меньших) к единице, ут-

верждает, что величина Q распределяется экспоненциально со средним значением

$$E[Q] = \rho^2(1 + c_s^2)/2(1 - \rho) + m\rho \quad (1)$$

Табл. А1: Описание и значения параметров модели.

Обозначение	Описание	Значение
λ	Скорость прибытия грузовиков	3.883/мин
M	Количество полос	4
L	Число грузовиков на полосе после рассасывания очереди	2
M	Скорость обслуживания	1/мин
c_s	Коэффициент изменения времени обслуживания	0.5
V_1	Скорость прохождения РВМ без остановки	16 км/час
	Скорость прохождения РВМ с остановкой	8 км/час
L	Длина контейнера	12 м
A	Площадь нейтронного детектора	0.3 м ²
E	Эффективность нейтронного детектора	0.14
e^θ	Медиана скорости счета нейтронного фона	43.1 нейтронов/м ² .сек
e^σ	Дисперсия скорости счета нейтронного фона	1.73 нейтронов/м ² .сек
r	Расстояние до нейтронного детектора	2 м
S	Нейтронный источник	400 000 нейтронов/сек (плутоний) 30 нейтронов/сек (уран)
U	Доля сомнительных контейнеров	0.05
p_v	Вероятность диагноза с помощью VACIS	0.95
c_p	Ежегодные расходы на РВМ (в долларах)	20000
p_x	Вероятность диагноза гамма-лучами высокой энергии	0.5
c_x	Затраты на внешнее испытание гамма-лучами высокой энергии (в долларах)	250
c_m	Затраты на внешнее ручное испытание (в долларах)	1500

Пусть $E[Q] = 24$ (примерно 6 грузовиков на линию согласно работе 2), тогда решение (1) дает значения $\lambda = 3.883/\text{мин}$ и $\rho = 0.971$, что совместимо с режимом сильного движения. Предполагается, что Q распределено геометрически (со средним значением 24), а не экспоненциально, так как Q выражается в целых числах. Более конкретно предполагается, что

$$Pr(Q = k) = p(1 - p)^k \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

где $p = 0.04$.

Более сложное приближение для распределения вероятности Q , представленное в разделе 5.4 работы ¹, также рассматривалось, но обнаружилось, что оно не точнее (по сравнению с распределением, подсчитанным при моделировании методом Монте-Карло), чем приближение в уравнении (1).

В. Качество работы РВМ

Качество работы РВМ характеризуется его вероятностью детектирования d и вероятностью появления ошибочного положительного сигнала f . Излучение может исходить от оружия и от фона. Качество первой схемы излагается в разделе В.1, а второй и третьей схем – в разделе В.2.

В.1 Качество работы в первой схеме

В первой схеме каждый контейнер продвигается мимо РВМ со скоростью $v_1 = 16$ км/час. Если авторы считают длину контейнера L , равной 12 м, то время проверки равно $t^d = L/v_1 = 2.73$ сек, где верхний индекс соответствует движению около РВМ. Переменная X означает число нейтронов, зафиксированных при проверке контейнера, не содержащего оружия. Предполагается, что X – пуассоновская случайная переменная с параметром (средней величиной) $A\epsilon b t^d$, где $A = 0.3$ м², – площадь нейтронного детектора³, $\epsilon = 0.14$ – эффективность нейтронного детектора³, а b – фоновая скорость счета, которая сама является логонормальной случайной переменной с медианой e^θ и коэффициентом дисперсии e^σ (то есть, $\ln b$ – это стандартная случайная переменная со средней величиной θ и стандартным отклонением σ). Отсюда массовая функция вероятности X равна

$$P(X = x) = \int_0^\infty \frac{e^{-\frac{(\ln y - \theta)^2}{2\sigma^2}} (A\epsilon y t^d)^x e^{-A\epsilon y t^d}}{\sqrt{2\pi\sigma x!}} dy \quad (3)$$

Считается, что средняя фоновая скорость счета нейтронов равна 50 нейтронов/м².сек, а это подразумевает, что $\theta = \ln 50 - \sigma^2/2$. Для оценки σ отметим, что при времени детектирования $t = 10$ сек, расстоянии между датчиком и источником $r = 2$ м и интенсивности источника $S = 20$ к нейтронов/сек вероятности ошибочного положительного результата и ошибочного отрицательного результата в строго контролируемых экспериментах (со стационарным источником) составили 10^{-4} и 10^{-3} , соответственно.⁴ Излучение от стационарных источников в этих экспериментах представлялось в виде³. Решение уравнения

$$P(X > \tilde{n}) = 10^{-4} \quad (4)$$

$$P(X + A\epsilon S t / 4\pi r^2 < \tilde{n}) = 10^{-3} \quad (5)$$

для порогового значения \tilde{n} и σ дает $\sigma = 0.546$ и поэтому медиана фонового отсчета равна $e^\theta = 43.1$ нейтронов/м².сек, а коэффициент дисперсии $e^\sigma = 1.73$.

Переменная Y определяется как число нейтронов, зафиксированное при проверке контейнера с оружием. Поэтому следует рассматривать только два пространственных размера, поскольку предполагалось, что РВМ и оружие обладают одинаковой высотой, а $a = 2$ м⁴ – это минимальное расстояние между оружием (расположенным в середине контейнера по ширине) и РВМ при движении контейнера через РВМ (смотрите Рис.1б в основном тексте), Полное излучение W , зарегистрированное в РВМ, подсчитано с помощью интегрирования по времени от нулевого момента, когда передняя стенка контейнера, имеющего длину 12 м, начинает проходить РВМ, до времени $t^d = L/v_1$, когда задняя стенка контейнера проходит мимо РВМ. Без потери общности при расчетах прохождения контейнера мимо РВМ предполагается, что оружие расположено по середине длины контейнера (это не предполагается при расчетах для остановившегося контейнера в случаях второй и третьей схем). Поэтому оружие находится на расстоянии $r = 2$ м от РВМ в момент времени $L/2v_1$, а в более общем случае расстояние между оружием и РВМ в момент времени t определяется выражением $[r^2 + (v_1 t - L/2)^2]^{1/2}$. Поэтому, если нейтронный источник оружия обладает интенсивностью S , которую разрешается изменять при количественных исследованиях, полная интенсивность излучения, зафиксированная детектором и связанная с прохождением оружия через РВМ, равна

$$W = \arctg(L/2r) A\epsilon S / 2\pi v_1 r \quad (6)$$

Авторы предполагают, что Y является пуассоновской случайной переменной с параметром $A\epsilon b t^d + W$, где b снова оказывается логонормальной случайной переменной. Если \tilde{n} означает уровень нейтронного порога, выше которого срабатывает сигнал тревоги, то вероятность детектирования и вероятность ошибочного положительного сигнала равны, соответственно,

$$d(S) = P(Y > \tilde{n}), \quad (7)$$

$$f = P(X > \tilde{n}), \quad (8)$$

где зависимость вероятности детектирования от члена с источником становится явной. Порог детектирования определяется соотношением

$$D(\tilde{n}) = (Sd(S) = 0.95) \quad (9)$$

В.2 Вторая и третья схемы

Размещение РВМ. Вторая и третья схемы рассматриваются в тех же самых рамках. Здесь требуются больше обозначений, чем при рассмотрении первой схемы, поскольку сейчас имеется комплект РВМ, контролирующих контейнер, а контейнеры могут остановиться у комплекта, содержащего несколько РВМ. Всего имеется N РВМ, которые разбиты на комплекты из n РВМ. Эти n РВМ, входящие в один комплект, одновременно проверяют контейнер, причем они расположены так, что каждый наблюдает участок (измеряемый вдоль длины контейнера) размером L/n , находясь в центре этого участка. Например, РВМ располагаются на расстояниях 3 м и 9 м от передней стенки контейнера, если $n = 2$, а при $n = 4$ – на расстояниях 1.5, 4.5, 7.5 и 10.5 м (смотрите Рис. 1б в основном тексте). При более обобщенном рассмотрении, если $x=0$ соответствует передней стенке контейнера, а $x = L$ – задней стенке, то j -ый РВМ комплекта будет находиться при $(j - 1/2)L/n$ $j=1, \dots, n$. Поскольку каждый РВМ занимает около 1.8 м вдоль длины контейнера, предполагается, что величина n не превышает 6. Каждый комплект РВМ находится на определенном месте в очереди, где $i=1$ означает комплект РВМ, находящийся ближе всего к входным воротам (всего имеется $m = 4$ комплектов для $i=1$, по одному на каждой из четырех полос), а $i = 2, \dots, N/n - m + 1$ – комплекты в общей очереди. Обратите внимание, что отсутствует индекс $i = 1$, поскольку там нет РВМ. Две определяющие переменные N и n выбираются так, чтобы количество комплектов $N/n - m$ оказалось неотрицательным целым числом.

Время наблюдения РВМ. Пусть t_{ij}^d и t_{ij}^p – времена проезда контейнера мимо РВМ и остановки j -го РВМ в i -ом комплекте, которые являются случайными, поскольку зависят от реализации установившейся длины очереди Q , которая представляет число грузовиков в системе, когда прибывает новый грузовик, не считая нового. Эти времена наблюдения теперь определены для второй и третьей схем. Во второй схеме имеется единственный комплект РВМ (то есть, $N = n$), который находится в положении $i = 2$ в голове очереди. Вторая схема удовлетворяет принятым правилам обозначений, если положить $t_{ij}^d = t_{ij}^p = 0$ для $i \neq 2$. Если $Q \leq lm - 1 = 7$, что происходит с вероятностью $\sum p(1-p)^i$, ($i=0..7$) когда прибывающий грузовик проезжает мимо РВМ со скоростью 16 км/час, как и первой схеме, для которой $t_{2j}^d = 2.73$ сек и $t_{2j}^p = 0$. В представленной модели, если грузовик остановился около комплекта РВМ на любое неотрицательное время, то считается, что его скорость проезда (то есть, скорость до и после остановки) составляет только $v_2 = 8$ км/час, что приводит к времени проезда 5.46 сек. Следовательно, если $Q \geq lm = 8$, во второй схеме, то прибывающий грузовик будет обладать временем проезда $t_{2j}^d = 5.46$ сек и временем на остановку $t_{2j}^p = 15$ сек, потому что грузовик в начале очереди начинает двигаться после того, как один из четырех грузовиков завершает обслуживание у переднего входа (когда это время оказывается действительно случайным, предполагается, что t_{2j} равно постоянной величине, равной средней этой случайной переменной).

Если перейти к третьей схеме, следует рассмотреть три случая. Когда $Q \leq lm - 1$, то прибывающий грузовик не остановится в очереди, и для $j = 1, \dots, n$ времена проверки составят $t_{1j}^d = 5.46$ сек, $t_{1j}^p = \mu^{-1} = 60$ сек а $t_{ij}^d = 2.73$ сек и $t_{ij}^p = 0$ для $i = 2, \dots, N/n - m + 1$. Если $Q \in [lm, (l-1)m + N/n]$, то прибывающий грузовик остановится у комплектов $i = 2, \dots, Q - lm + 2$, но не остановится у комплектов $i = Q - lm + 3, \dots, N/n - m + 1$. Значит, если $Q \in [lm, (l-1)m + N/n]$, то для $j = 1, \dots, n$ времена наблюдения таковы: $t_{ij}^d = 5.46$ сек и $t_{ij}^p = \mu^{-1} = 60$ сек; $t_{ij}^d = 5.46$ сек и $t_{ij}^p = \mu^{-1}/m = 15$ сек для $i = 2, \dots, Q - lm + 2$, а также $t_{ij}^d = 2.73$ сек и $t_{ij}^p = 0$ для $i = Q - lm + 3, \dots, N/n - m + 1$. Наконец, если $Q \geq (l-1)m + N/n$, то прибывающий грузовик сначала остановится в создавшейся очереди, где нет РВМ, затем медленно проедет мимо каждого комплекта РВМ, так что для $j = 1, \dots, n$ время наблюдения составит $t_{ij}^d = 5.46$ сек, $t_{ij}^p = \mu^{-1} = 60$ сек, $t_{ij}^d = 5.46$ сек и

$t_{ij}^p = \mu^{-1}/m = 15$ сек для $i=2, \dots, N/n - m + 1 \dots$

Нейтроны, обнаруженные РВМ. Во второй и третьей схемах РВМ теперь детектируют нейтроны не только тогда, когда грузовики проезжают мимо РВМ, но и тогда, когда грузовик останавливается около РВМ. Пусть X_{ij} означает количество нейтронов, сосчитанных j -ым РВМ в i -ом комплекте, при проверке контейнера без оружия. Обратим внимание, что хотя в положении 1 имеются четыре комплекта РВМ, любой контейнер проходит мимо только одного из этих комплектов. Считается, что X_{ij} - пуассоновская случайная переменная с параметром $A\epsilon b(t_{ij}^d + t_{ij}^p)$. Хотя b еще остается логонормальной случайной переменной, считается, что ее представление остается неизменным для любого данного контейнера, поскольку скорость фоновых отсчетов изменяется за гораздо более длительное время по сравнению с тем, что проводит контейнер в очереди (то есть, скорость счета случайна, но фиксирована за время пребывания контейнера в системе).

Количество излучения, зафиксированное от оружия j -ым РВМ, находящимся в i -ом комплекте, содержит не только член, связанный с прохождением, который теперь выглядит как $A\epsilon \text{Sarctg}(L/2r)/2\pi r v_{ij}$, где v_{ij} равняется либо 8 км/сек, либо 16 км/сек в соответствии со всеми изложенными выше случаями (то есть, $v_{ij} = 16$ км/час, когда $t_{ij}^d = 2.73$ сек, и $v_{ij} = 8$ км/час при $t_{ij}^d = 5.46$ сек), но и член, связанный с остановкой РВМ. Этот член выглядит как $A\epsilon S t_{ij}^p / 4\pi d_{ij}^2$, где величина d_{ij} , равная расстоянию от оружия до j -го РВМ в i -ом комплекте, определяется в следующем разделе. Следовательно, полная интенсивность нейтронного излучения, зафиксированного j -ым РВМ в i -ом комплекте, равна $A\epsilon \text{Sarctg}(L/2r)/2\pi r v_{ij} + A\epsilon S t_{ij}^p / 4\pi d_{ij}^2$, и это количество нейтронов от проверки контейнера с оружием является пуассоновской случайной переменной Y_{ij} с параметром $A\epsilon b(t_{ij}^d + t_{ij}^p) + W_{ij}$.

Положение оружия. Если оружие помещено в место с координатой x вдоль длины контейнера (где $x = 0$ и $x = L$ соответствуют передней и задней стенкам контейнера), то, вспоминая расположение РВМ в комплекте, авторы определяют расстояние между оружием и j -ым РВМ из i -го комплекта как $d_{ij} = \{r^2 + [(j - 1/2)L/n]^2\}^{1/2}$. Вторая и третья схемы оптимизированы предположением, что координата x оружия равномерно распределена по массиву $[0, L]$. Для оценки прочности результатов были также вычислены оптимальные варианты этих схем при наилучшем и наихудшем расположении оружия. В наилучшем случае оружие расположено при $x = L/2n$, что сводит к минимуму расстояние d_{i1} между оружием и первым РВМ в комплекте (из-за симметрии можно выбрать любой РВМ в комплекте), которое мы обозначим как r . Аналогично, для наихудшего случая выберем $x = 0$, где расстояние между оружием и первым РВМ комплекта достигает максимума, равного $d_{i1} = [r^2 + (L/2n)^2]^{1/2}$.

Пороговые уровни РВМ. Длина очереди во время прибытия и затем длительность мониторинга – это случайные, но наблюдаемые в процессе проверки по второй и третьей схемах величины, так что могут быть выбраны различные пороговые уровни \tilde{n} для каждого возможного значения длины очереди Q . Пусть \tilde{n}_k будет пороговым значением, когда $Q = k$.

Хотя существует много путей решить, будет ли реализация X_{ij} и Y_{ij} стимулировать тревогу, поскольку оружие находится в стационарном состоянии в процессе контроля, для каждого положения $j = 1, \dots, n$ интенсивности суммируются по всем комплектам i , а затем рассматриваются максимальные интенсивности для любого положения. Это значит, что когда $Q = k$, вероятность детектирования и вероятность ошибочного положительного сигнала выражаются в следующем виде

$$D_k(S) = P(\max \sum Y_{ij} > \tilde{n}_k) \quad (10)$$

$$f_k = P(\max \sum X_{ij} > \tilde{n}_k) \quad (11)$$

(Суммирование под знаком \sum производится по индексу $i = 1, \dots, N/n - m + 1$; оптимизация проводится по индексу $j = 1, \dots, n$.)

Предел детектирования при $Q = k$ равен

$$D_k = \{Sd_k(S) = 0/95\} \quad (12)$$

Средний предел детектирования и общая вероятность ошибочного положительного сигнала были подсчитаны с учетом ожиданий в отношении длины очереди Q , определенной в Уравнении (2).

Средний предел детектирования равен

$$D = \sum p(1-p)^k D_k \quad (13)$$

Полная вероятность появления ошибочного положительного сигнала равна

$$f = \sum p(1-p)^k f_k \quad (14)$$

Суммирование идет по индексу $k = 0, \dots, \infty$

Затраты

Для расчета затрат на проверку предполагается, что анализируются только те сканы, которые получены системой VACIS для образцов, не прошедших пассивные проверки, а также связаны с долей ($u = 0.05$) вызвавших недоверие контейнеров, отмеченных автоматической системой проверки (АСП)5, которая более аккуратно оценивает, как такая система проверки могла бы использоваться Таможенной службой США и Службой пограничной охраны. Согласно Уравнению 33 (Приложение к работе ⁶) частота обращения к аналитикам сканирования VACIS составляет

$$\lambda_o = \lambda[1 - (1 - u)(1 - f)] \quad (15)$$

где вероятность ошибочного положительного сигнала f дается уравнением (8) для первой схемы и уравнением (14) для второй и третьей схем. Предполагается, что проверка VACIS дает правильный диагноз ошибочного положительного сигнала или вызывающего недоверие контейнера с вероятностью $p_v = 0.95$ и что доля $(1 - p_v)$ контейнеров, прошедших сканирование, должна пройти дальнейшую проверку в другом месте.

Ожидаемые ежегодные, полные затраты содержат два компонента – годовая стоимость каждого РВМ и стоимость внешних проверок. Как сообщается в основном тексте, годовая стоимость одного РВМ составляет $c_p = 20000$ долларов ^{2,6}, а средняя цена внешней проверки контейнера, прошедшего сканирование, равна

$$c_o = (1 - p_v)[c_x + (1 - p_x)c_m]. \quad (16)$$

что обычно составляет 50 долларов, где $p_x = 0.5$ – вероятность диагноза гамма-лучами высокой энергии, $c_x = 250$ долларов – стоимость внешней проверки гамма-лучами высокой энергии, а $c_m = 1500$ долларов – стоимость внешней, ручной проверки. Пусть n_k – количество РВМ, используемых в k -ой схеме ($k = 1, \dots, 3$, так что $n_1 = 1$, $n_2 = n$ и $n_3 = N$). Поскольку λ_o в уравнении (15) выражается в испытаниях за минуту, ожидаемые полные ежегодные расходы составят

$$C = c_p n_k + 525,600 c_o \lambda_o \quad (17)$$

Графики зависимости пределов детектирования от затрат

Каждая схема характеризуется графиками зависимости пределов детектирования от затрат. Для первой схемы время проверки не меняется и такой график может быть получен путем изменения \tilde{n} . Графики для второй и третьей схем требуют решения некоторых проблем оптимизации. Для каждого значения затрат выбираются значения величин n и \tilde{n}_k для второй схемы или величин N , n и \tilde{n}_k для третьей схемы, чтобы минимизировать средний предел детектирования D в уравнении (13), подверженный ограничениям затрат с учетом уравнения (17).

Впрочем, для третьей схемы накладываются дополнительные ограничения для облегчения вычислительной нагрузки. Обратите внимание, что при данных значениях N и n существует прямое соответствие между f_k и \tilde{n}_k через уравнение (11) (то есть, каждое значение \tilde{n}_k приводит к получению соответствующего уникального значения f_k) для каждого значения k .

Следовательно, накладываются ограничения на f_k , которые приводят к соответствующим ограничениям на \tilde{n}_k . В третьей схеме, грузовик, останавливается около одного комплекта РВМ, если $Q \leq lm - 1$, или около всех комплектов, если $Q \geq (l-1)m = N/n - 1$. Следовательно, без потери общности считается, что $f_k = f$, если $k \leq lm - 1$, и $f_k = f^-$, если $k \geq (l-1)m + N/n - 1$, где f и f^- - параметры, подлежащие оптимизации. Дополнительное ограничение требует, чтобы f_k было линейной интерполяцией f и f^- для промежуточных значений k :

$$f_k = f + (k - lm + 1)(f^- - f) / [(l-1)m + N/n - lm], \quad \text{если } k \in [lm, (l-1)m + N/n - 2] \quad (18)$$

Для каждого значения N и n в третьей схеме ограничение уравнения (18) позволяет проводить оптимизацию по двум параметрам f и f^- , а не по порогам.

Решение этих оптимизационных проблем для различных значений затрат приводит к графикам зависимости пределов детектирования от затрат на Рис.2 основного текста.

ПРИМЕЧАНИЯ И ССЫЛКИ

1. W. Whitt, "Approximations for the $GI/G/m$ Queue," *Production, Operations, Management* 2 (1993):114-161.
2. SAIC, *Integrated Container Inspection System brochure*. Scientific Application International Corporation, San Diego, CA (2004).
3. С. Феттер, В. А. Фролов, М. Миллер, Р. Мозли, О. Ф. Прилуцкий, С. Н. Родионов и Р. З. Сагдеев, «Обнаружение ядерных боеголовок», *Наука и всеобщая безопасность* 1 (3) (1990): 3-21.
4. P. Beck, Illicit Trafficking Radiation Detection Assessment Program. Paper OEFZS-G-0005, Austrian Research Centers, Siebersdorf (2000).
5. Press Office, U.S. Customs and Border Protection. Fact Sheet: Cargo Container Security – U.S. Customs and Border Protection Realty, October 2004. Accessed at http://www.cbp.gov/linkhandler/cgov/newsroom/fact_sheets/port_security/5percent.myth.ctt/5percent_myth.doc, August 16, 2005.
6. L. M. Wein, A. H. Wilkins, M. Baveja, and S. E. Flinn, "Preventing the Importation of Illicit Nuclear Materials in Shipping Containers," *Risk Analysis* 26 (2006): 1377-1393.